

Versuch M9 - Gleitreibung

Praktikanten: Carl Böhmer, Maxim Singer

18. November 2009

1 Einleitung

Reibungskräfte sind im alltäglichen Leben unvermeidbar. Jede reale Bewegung ist mit Reibung und folglich einem Verlust von kinetischer Energie verbunden, die in Wärmeenergie umgewandelt wird. Dies führt einerseits natürlich zu gewissen Problemen, so dass etwa 20% des Treibstoffverbrauchs eines Autos beispielsweise allein dazu aufgewendet werden, um Reibungskräfte in Antrieb und Motor zu überwinden. Andererseits wäre ohne den Effekt der Reibung das Autofahren unmöglich, jedes Auto wäre eine Gefahr für Leib und Leben: gäbe es keine Gleitreibung, könnte auch niemand bremsen.

Die Reibungskraft ist geschwindigkeitsunabhängig. Eine Begründung hierfür ist auf mikroskopischer Ebene zu finden: die Oberflächen der Körper weisen hier Unebenheiten und Vorsprünge auf. Liegen zwei solcher Oberflächen aufeinander, "verkannten" diese an ihren Berührungsstellen und bei einer Relativbewegung des einen Körpers zum anderen müssen diese Vorsprünge durch eine Kraft überwunden werden. Diese Anzahl an Vorsprüngen ist proportional zur Verschiebung dx , und dadurch auch zur aufzuwendenden Energie und der Kraft selber. Während der Bewegung des einen Körpers über den anderen werden immer wieder neue Berührungsstellen gebildet und aufgelöst, die dadurch auftretenden entgegengesetzt der Bewegung gerichteten Kräfte beobachten wir aufsummiert zur Gleitreibungskraft auf makroskopischer Ebene.

Die Gleitreibung wird auch als Coulombreibung bezeichnet, da sie auf den Kräften zwischen den Oberflächenatomen der beiden Körper beruht. Zwei perfekt glatt polierte übereinander platzierte Oberflächen würden dadurch so starke Wechselwirkungen aufweisen, dass sie geradezu verschweißen. Reale, auch gut polierte Oberflächen sind jedoch längst nicht eben genug, um diesen Effekt zu produzieren. Bei dem Gleitreibungskoeffizienten handelt es sich nicht um eine feste Materialkonstante, sondern um einen experimentell ermittelten Wert bei einer bestimmten Materialpaarung (beispielsweise Gummi/Asphalt).¹

Im folgenden Versuch soll die Gleitreibung untersucht werden.

2 Gleitreibung

Gleitet ein Objekt auf einer Oberfläche, so wirkt eine Reibungskraft der Bewegungsrichtung entgegen. Der Betrag dieser Kraft hängt nur von der Normalkraft auf das Objekt und dem Gleitreibungskoeffizienten μ ab.

$$F_R = \mu F_N \quad (1)$$

bzw.

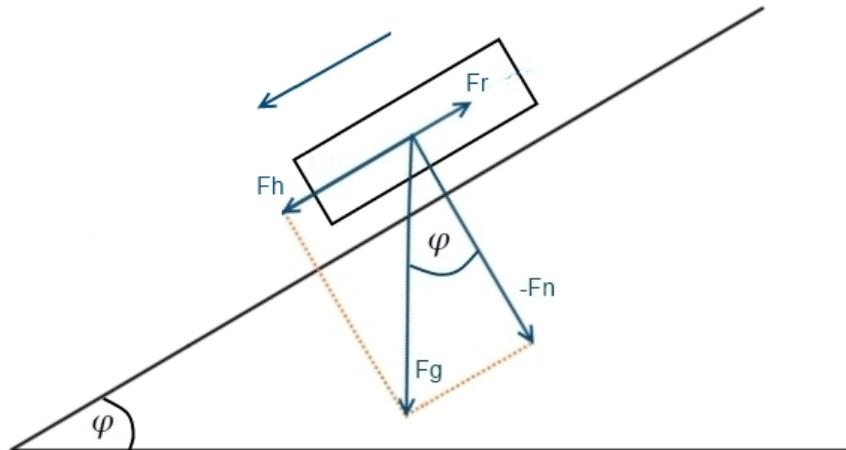
$$F_R = \mu mg \cos\varphi \quad (2)$$

In diesem Versuch, soll diese Gesetzmäßigkeit auf ihre Gültigkeit untersucht werden. Ferner soll der Gleitreibungskoeffizient für verschiedene Materialien experimentell bestimmt werden.

Der Gleitreibungskoeffizient wird auf zwei verschiedenen Weisen bestimmt.

¹Quelle: Gerthsen Physik; Halliday Physik

Berechnung von μ für die Aufgabe 2):



Ein Probekörper gleitet die schiefe Ebene hinab. Für seine Bewegung ist die Hangabtriebskraft abzüglich der Reibkraft verantwortlich.

$$F_{\text{bewegung}} = F_H - F_R$$

$$ma = mg \sin \varphi - \mu mg \cos \varphi$$

$$a = g \sin \varphi - \mu g \cos \varphi$$

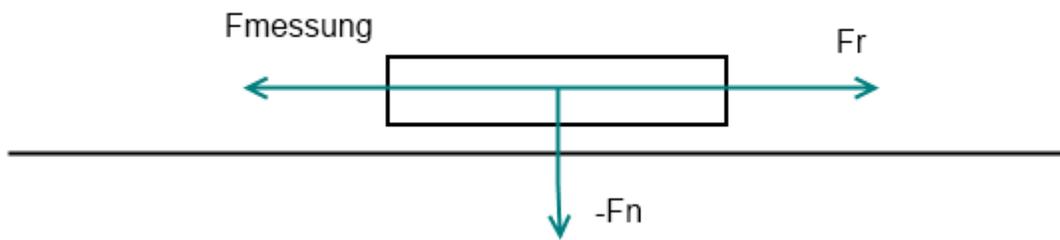
$$\mu = \frac{g \sin \varphi - a}{g \cos \varphi} \quad (3)$$

Während der Probekörper nach unten gleitet, wird er durch die Erdanziehung gleichmäßig beschleunigt, d.h. die Bewegung unterliegt der $s = \frac{1}{2}at^2$ Gesetzmäßigkeit. Umgeformt ist $a = \frac{2s}{t^2}$. Durch das Einsetzen bekommen wir:

$$\mu = \frac{g \sin \varphi - \frac{2s}{t^2}}{g \cos \varphi}$$

$$\mu = \frac{\sin \varphi - \frac{2s}{gt^2}}{\cos \varphi} \quad (4)$$

Berechnung von μ für die Aufgabe 3):



Der Probekörper wird an einer Federwaage befestigt und entlang der Ebene ($\varphi = 0$) gezogen. Die gemessene Kraft entspricht der Reibungskraft.

$$F_{\text{Messung}} = F_R$$

$$F_{\text{Messung}} = \mu mg$$

$$\mu = \frac{F_{\text{Messung}}}{mg} \quad (5)$$

Berechnung des Fehlers für μ :

$$\Delta\mu = \sqrt{\left(\frac{1}{mg} \Delta F_{\text{Messung}}\right)^2 + \left(\frac{F_{\text{Messung}}}{m^2 g} \Delta m\right)^2} \quad (6)$$

3 Aufgaben:

1. Vermessen der Anordnung und Bestimmung der Masse der Probekörper. Anschließend wird der Neigungswinkel der schiefen Ebene berechnet.
2. Es erfolgt eine zeitabhängige Ortsmessung für Probekörper aus verschiedenen Materialien, während sie die schiefe Ebene runter gleiten. Die Messung ist für jeden Körper drei mal zu wiederholen.
Durch die Verwendung der Formel (4) wird der Gleitreibungskoeffizient μ für jedes Wertepaar bestimmt. Ferner wird der Durchschnittswert $\bar{\mu}$ mit der dazugehörigen Standardabweichung σ für jeden Probekörper errechnet.
3. Die in der Aufgabe 2) verwendeten Probekörper werden nacheinander an einer Federwaage befestigt und die Ebene mit möglichst konstanter Geschwindigkeit entlang gezogen. Dabei werden die Messwerte aufgenommen und daraus für jeden Probekörper μ und σ bestimmt. Die Messung ist für jeden Körper drei mal zu wiederholen.
4. Es werden nacheinander zwei an einer Federwaage befestigte, materialgleiche Probekörper mit unterschiedlichen Massen entlang einer horizontalen Ebene gezogen. Lässt sich aufgrund der Messwerte auf eine Massenabhängigkeit schließen?
5. Es werden die Ergebnisse aus der Aufgabe 2) und 3) mit einander verglichen und eventuelle Unregelmäßigkeiten diskutiert.

4 Durchführung

4.1 Aufgabe 1

Als Probekörper dienen fünf Klötze mit quadratischer, gleicher Grundfläche aus Messing, Kupfer, Aluminium, PVC und Kunstharz.

Die Ebene besteht aus Aluminium.

4.1.1 Masse der Probekörper

Die Masse wird aus der Gewichtskraft berechnet, die durch den g-Meter gemessen wurde.

$$F_G = mg \Rightarrow m = \frac{F_G}{g}$$

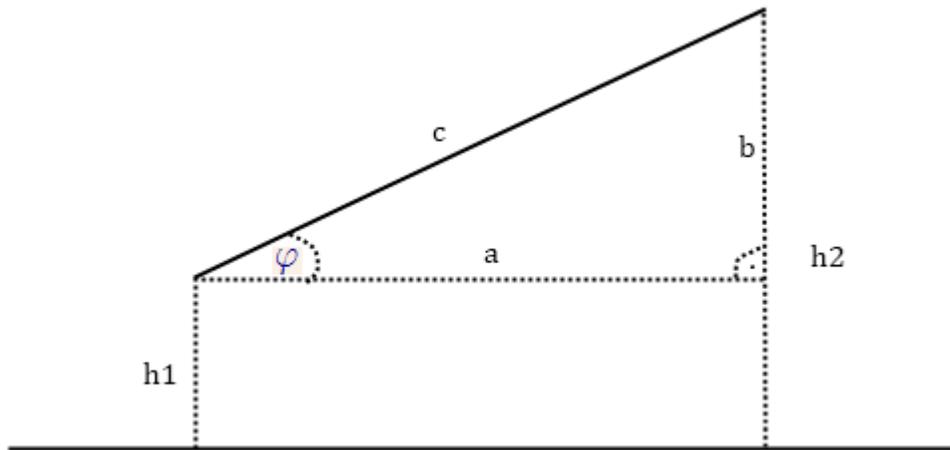
Als Gravitationsbeschleunigung wurde durchgehend $9,81 \frac{m}{s^2}$ verwendet.

Als Wert für F_G wurde die Steigung des Plots der Messreihe in DataStudio entnommen.

Probekörper	F_G in N	ΔF_G in N	m in kg	Δm in kg
Messing	4,350	0,034	0,443	0,004
Kupfer	2,290	0,004	0,233	0,001
Aluminium	1,380	0,010	0,141	0,001
PVC	0,731	0,002	0,075	0,000(2)
Kunstharz	0,352	0,002	0,035	0,000(2)

4.1.2 Winkel der schiefen Ebene

Schematischer Aufbau der schiefen Ebene:



$$\varphi = \arcsin\left(\frac{h_2 - h_1}{c}\right) \quad (7)$$

Fehler für φ :

$$\Delta\varphi = \sqrt{\left(\frac{-1}{c * \sqrt{1 - \left(\frac{h_2 - h_1}{c}\right)^2}} \Delta h_1\right)^2 + \left(\frac{1}{c * \sqrt{1 - \left(\frac{h_2 - h_1}{c}\right)^2}} \Delta h_2\right)^2 + \left(\frac{h_1 - h_2}{c^2 * \sqrt{1 - \left(\frac{h_2 - h_1}{c}\right)^2}} \Delta c\right)^2}$$

$$\Delta\varphi = \sqrt{\left(\frac{1}{c * \sqrt{1 - \left(\frac{h_2 - h_1}{c}\right)^2}}\right)^2 * ((\Delta h_1)^2 + (\Delta h_2)^2) + \frac{(h_1 - h_2)^2 * (\Delta c)^2}{c^2}}$$

$$\Delta\varphi = \frac{1}{c * \sqrt{1 - \left(\frac{h_2 - h_1}{c}\right)^2}} * \sqrt{(\Delta h_1)^2 + (\Delta h_2)^2 + \frac{(h_1 - h_2)^2 * (\Delta c)^2}{c^2}} \quad (8)$$

Die Höhen $h_1 = (0,378 \pm 0,002) m$ und $h_2 = (0,072 \pm 0,002) m$ wurden so gemessen, dass die Diagonale $(1 \pm 0,002) m$ beträgt. Daraus folgt ein Neigungswinkel $\varphi = 17,82^\circ \pm 0,32^\circ$ bzw. $\varphi = 0,331 \pm 0,006$ in Radiant.

4.2 Aufgabe 2 - Bestimmung von μ (1)

Die Probekörper gleiten eine schiefe Ebene runter, dabei wird ihre Bewegung durch einen Ultraschallpositionssensor erfasst und in dem Programm "Data-Studio" als Ort-Zeit-Diagramm bzw. Tabelle dargestellt.

Die Messdaten wurden in einem Tabellenkalkulationsprogramm weiterverarbeitet. Für jedes Wertepaar wurde ein Gleitreibungskoeffizient μ nach der Formel (4) berechnet. Der endgültige Wert für μ wurde durch einen gewichteten, arithmetischen Mittelwert bestimmt. Gewichtet, weil einzelne Messreihen unterschiedlich viele Messwerte besitzen.

Der Gesamtfehler entspricht der Standardabweichung des Mittelwertes.

Die grünen Felder markieren den Null-Punkt der gemessenen Bewegung. Sind zwei Felder in einer Spalte markiert, so liegt der Nullwert dazwischen.

Probekörper + Messing:								
Messung 1:			Messung 2:			Messung 3:		
Zeit (s)	Position (m)	μ	Zeit (s)	Position (m)	μ	Zeit (s)	Position (m)	μ
0,001	0,231		0,001	0,231		0,001	0,232	
0,101	0,231		0,101	0,231		0,101	0,232	
0,201	0,231		0,201	0,231		0,201	0,232	
0,301	0,236	0,211	0,301	0,244	0,180	0,301	0,232	
0,401	0,251	0,199	0,401	0,265	0,172	0,401	0,233	0,263
0,501	0,274	0,205	0,501	0,291	0,194	0,501	0,240	0,245
0,601	0,308	0,204	0,601	0,325	0,204	0,601	0,253	0,249
0,701	0,354	0,201	0,701	0,373	0,206	0,701	0,274	0,249
0,801	0,408	0,201	0,801	0,426	0,209	0,801	0,303	0,246
0,901	0,477	0,199	0,901	0,493	0,210	0,901	0,343	0,243
1,002	0,555	0,198	1,002	0,571	0,210	1,001	0,393	0,240
1,102	0,643	0,197	1,102	0,656	0,211	1,101	0,453	0,238
1,202	0,743	0,197	1,202	0,749	0,212	1,202	0,522	0,236
1,303	0,852	0,197	1,303	0,850	0,213	1,302	0,602	0,234
1,403	0,972	0,196	1,403	0,957	0,215	1,402	0,690	0,233
1,503	1,103	0,196	1,503	1,075	0,216	1,502	0,788	0,232
1,604	1,239	0,196	1,604	1,206	0,216	1,603	0,896	0,231
1,704	1,253	0,209	1,704	1,296	0,221	1,703	1,012	0,230
						1,803	1,139	0,230
						1,904	1,243	0,232
Mittelwert:		0,200			0,206			0,239
Standardabweichung:		0,005			0,014			0,009
Mittelwert(Gesamt):		0,216						
Gesamtfehler:		0,015						

Probekörper – Aluminium:								
Zeit (s)	Position (m)	μ	Zeit (s)	Position (m)	μ	Zeit (s)	Position (m)	μ
0,001	0,232		0,001	0,232		0,001	0,233	
0,101	0,232		0,101	0,233	0,264	0,101	0,233	
0,201	0,232		0,201	0,237	0,261	0,201	0,235	0,268
0,301	0,232		0,301	0,248	0,253	0,301	0,247	0,234
0,401	0,238	0,224	0,401	0,269	0,242	0,401	0,269	0,222
0,501	0,254	0,200	0,501	0,280	0,256	0,501	0,292	0,227
0,601	0,269	0,222	0,601	0,305	0,255	0,601	0,328	0,225
0,701	0,291	0,230	0,701	0,338	0,253	0,701	0,372	0,223
0,801	0,316	0,236	0,801	0,378	0,251	0,801	0,423	0,223
0,901	0,346	0,240	0,901	0,422	0,250	0,901	0,485	0,222
1,001	0,382	0,242	1,001	0,475	0,249	1,002	0,553	0,222
1,101	0,423	0,243	1,102	0,529	0,248	1,102	0,628	0,222
1,201	0,470	0,244	1,202	0,592	0,248	1,202	0,709	0,222
1,302	0,523	0,244	1,302	0,659	0,248	1,302	0,797	0,223
1,402	0,582	0,245	1,402	0,735	0,247	1,403	0,890	0,223
1,502	0,646	0,245	1,502	0,841	0,244	1,503	0,991	0,224
1,602	0,716	0,245	1,603	0,929	0,244	1,603	1,098	0,224
1,702	0,793	0,245	1,703	1,046	0,242	1,704	1,216	0,224
1,803	0,872	0,245	1,803	1,120	0,244			
1,903	0,951	0,246	1,904	1,219	0,244			
2,003	1,038	0,247						
Mittelwert:		0,238			0,250			0,227
Standardabweichung:		0,012			0,006			0,011
Mittelwert(Gesamt):		0,239						
Gesamtfehler:		0,008						

Probekörper – PVC:								
Messung 1:			Messung 2:			Messung 3:		
Zeit (s)	Position (m)	μ	Zeit (s)	Position (m)	μ	Zeit (s)	Position (m)	μ
0,001	0,231		0,301	0,231		0,001	0,231	
0,101	0,231		0,401	0,231		0,101	0,231	
0,201	0,234	0,234	0,501	0,231		0,201	0,231	
0,301	0,246	0,227	0,601	0,231		0,301	0,233	0,262
0,401	0,274	0,204	0,701	0,238	0,228	0,401	0,243	0,243
0,501	0,285	0,234	0,801	0,253	0,204	0,501	0,260	0,238
0,601	0,308	0,240	0,901	0,271	0,217	0,601	0,299	0,216
0,701	0,335	0,245	1,001	0,293	0,228	0,701	0,300	0,247
0,801	0,364	0,248	1,101	0,316	0,236	0,801	0,327	0,249
0,901	0,397	0,251	1,201	0,345	0,240	0,901	0,358	0,251
1,001	0,432	0,253	1,301	0,376	0,244	1,001	0,393	0,252
1,101	0,469	0,255	1,401	0,408	0,248	1,101	0,438	0,251
1,202	0,509	0,257	1,501	0,446	0,250	1,201	0,487	0,251
1,302	0,550	0,259	1,601	0,485	0,252	1,302	0,537	0,252
1,402	0,593	0,260	1,702	0,527	0,254	1,402	0,587	0,253
1,502	0,637	0,262	1,802	0,572	0,256	1,502	0,638	0,255
1,602	0,685	0,263	1,902	0,616	0,258	1,602	0,690	0,256
1,702	0,734	0,264	2,002	0,673	0,258	1,702	0,743	0,257
1,802	0,785	0,265	2,102	0,734	0,259	1,802	0,797	0,259
1,902	0,840	0,266	2,202	0,796	0,259	1,903	0,856	0,260
2,003	0,890	0,267	2,303	0,857	0,260	2,003	0,909	0,261
2,103	0,941	0,268	2,403	0,918	0,261	2,103	0,963	0,263
2,203	0,990	0,269	2,503	0,982	0,262	2,203	1,019	0,264
2,303	1,039	0,270	2,603	1,047	0,263	2,303	1,072	0,265
2,403	1,094	0,271	2,703	1,114	0,263	2,403	1,126	0,267
2,503	1,148	0,272	2,803	1,179	0,264	2,503	1,180	0,268
2,604	1,210	0,273	2,904	1,245	0,265	2,604	1,223	0,269
Mittelwert:		0,255			0,257			0,256
Standardabweichung:		0,017			0,016			0,011
Mittelwert(Gesamt):		0,256						
Gesamtfehler:		0,001						

Probekörper + Kunstharz:											
Messung 1:			Messung 2:			Messung 3:					
Zeit (s)	Position (m)	μ	Zeit (s)	Position (m)	μ	Zeit (s)	Position (m)	μ			
0,001	0,233		0,001	0,232		0,001	0,231				
0,101	0,236	0,253	0,101	0,232		0,101	0,231				
0,201	0,238	0,279	0,201	0,232		0,201	0,231				
0,301	0,240	0,290	0,301	0,232		0,301	0,231				
0,401	0,241	0,295	0,401	0,232		0,401	0,231				
0,501	0,243	0,297	0,501	0,238	0,234	0,501	0,231				
0,601	0,246	0,298	0,601	0,259	0,180	0,601	0,234	0,241			
0,701	0,250	0,299	0,701	0,285	0,188	0,701	0,242	0,250			
0,801	0,254	0,299	0,801	0,308	0,209	0,801	0,253	0,255			
0,901	0,260	0,299	0,901	0,455		0,901	0,267	0,258			
1,001	0,269	0,298	1,001	0,389	0,215	1,001	0,286	0,259			
1,101	0,282	0,297	1,101	0,423	0,224	1,101	0,309	0,260			
1,201	0,298	0,296	1,201	0,477	0,225	1,201	0,337	0,260			
1,301	0,318	0,295	1,302	0,537	0,226	1,301	0,371	0,259			
1,401	0,343	0,294	1,402	0,608	0,226	1,401	0,408	0,259			
1,501	0,372	0,293	1,502	0,683	0,227	1,501	0,448	0,260			
1,601	0,406	0,292	1,602	0,773	0,226	1,601	0,494	0,260			
1,701	0,444	0,290	1,703	0,877	0,225	1,702	0,545	0,259			
1,801	0,487	0,289	1,803	0,975	0,226	1,802	0,604	0,259			
1,902	0,537	0,288	1,903	1,105	0,224	1,902	0,672	0,258			
2,002	0,593	0,287	2,004	1,232	0,223	2,002	0,750	0,257			
2,102	0,658	0,285				2,102	0,838	0,255			
2,202	0,732	0,284				2,203	0,938	0,254			
2,302	0,819	0,282				2,303	1,052	0,252			
2,403	0,914	0,281				2,403	1,182	0,250			
2,503	1,025	0,279									
2,603	1,147	0,277									
Mittelwert:		0,289			0,219			0,256			
Standardabweichung:		0,010			0,015			0,005			
Mittelwert(Gesamt):		0,262									
Gesamtfehler:		0,024									

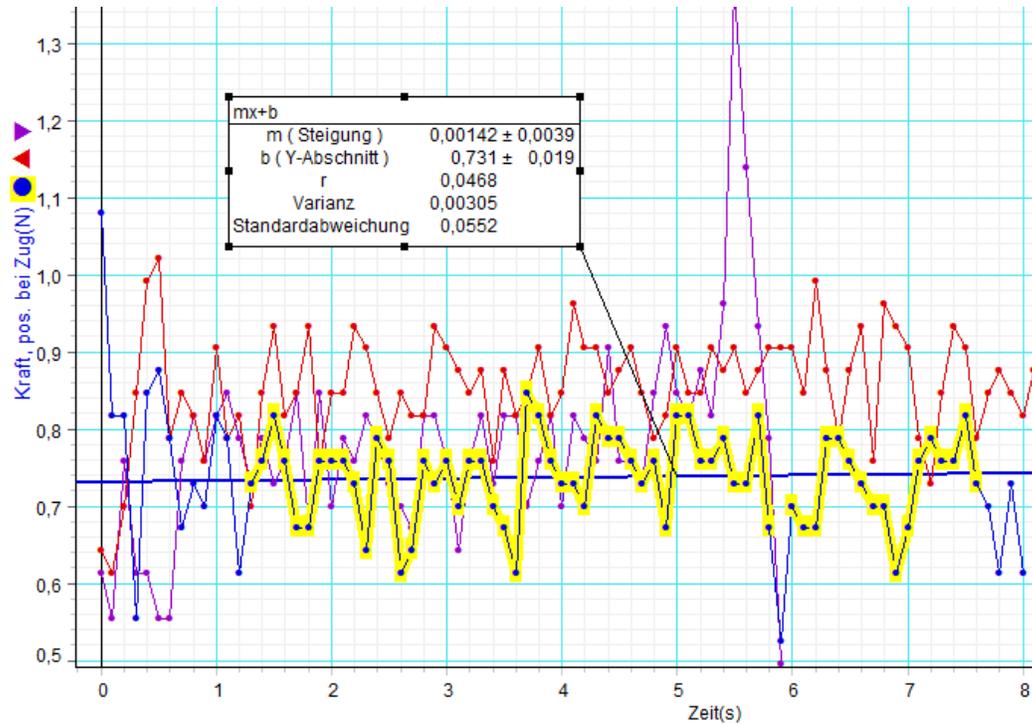
Der orange markierte Messwert wurde nicht berücksichtigt, weil es sich um eine Fehlerfassung des Sensors handelt.

Endergebnis der Messung:

Probekörper	μ	$\Delta\mu$
Messing	0,216	0,015
Kupfer	0,234	0,004
Aluminium	0,239	0,008
PVC	0,256	0,001
Kunstharz	0,262	0,024

4.3 Aufgabe 3 - Bestimmung von μ (2)

Die Reibungskraft wurde direkt aus dem Plot als Versatz der Ausgleichsgeraden abgelesen. Da die Messwerte sehr schwankten, wurden nur möglichst relevante Messpunkte berücksichtigt. Als Beispiel sieht man die Messung für den Probekörper aus Messing.



Ergebnisse der Auswertung:

	Messing	Kupfer	Aluminium	PVC	Kunsthartz
Masse in kg	0,443	0,233	0,141	0,075	0,035
Delta m in kg	0,004	0,001	0,001	0,001	0,001
Messung 1: (N)	0,771	0,667	0,323	0,136	0,101
Messung 2: (N)	0,739	0,651	0,319	0,136	0,104
Messung 3: (N)	0,849	0,665	0,337	0,147	0,101
Mittelwert in N	0,786	0,661	0,326	0,140	0,102
Standardabweichung in N	0,057	0,009	0,009	0,006	0,002
μ	0,181	0,289	0,236	0,191	0,297
Fehler von μ	0,013	0,004	0,007	0,009	0,010

4.4 Aufgabe 4 - Massenabhängigkeit

Es wird untersucht ob die Masse einen Einfluss auf den Gleitreibungskoeffizienten hat.

Das μ wurde wie in der Aufgabe 3 berechnet. Als Probekörper wurde Messing verwendet. Die Masse des Probekörpers wurde durch zusätzliche Gewichte nach jeder Messung erhöht.

F_R in N	m in kg	μ
0,751	0,443	0,173
1,000	0,676	0,151
1,200	0,817	0,150
1,760	1,542	0,116
2,2	1,842	0,121

Wie man erkennen kann, bleibt μ bei der Veränderung der Masse nicht konstant. Dies gibt einen Hinweis darauf, dass die Gesetzmäßigkeit $F_R = \mu mg$ nicht ohne weiteres gilt. Wahrscheinlich liegen die beiden Flächen nicht dicht genug bei einander und durch die größere Masse werden sie fester zusammen gepresst.

4.5 Aufgabe 5 - Diskussion

Ergebnisse der beiden Messungen:

Krobekörper	μ aus 2)	μ aus 3)
Messing	$0,216 \pm 0,015$	$0,181 \pm 0,013$
Kupfer	$0,234 \pm 0,004$	$0,289 \pm 0,004$
Aluminium	$0,239 \pm 0,008$	$0,236 \pm 0,007$
PVC	$0,256 \pm 0,001$	$0,191 \pm 0,009$
Kunstharz	$0,262 \pm 0,024$	$0,297 \pm 0,010$

Die errechneten Werte für den Gleitreibungskoeffizienten weichen je nach Messmethode stark von einander ab, wobei die Differenz nicht durch den Fehlerbereich abgedeckt wird.

Bei der Methode aus der Aufgabe 3 handelt es sich um eine bessere Messmethode, weil es weniger Störquellen gibt - man misst direkt die Reibungskraft. Setzt man voraus, dass die Gleichung (2) stimmt, so ergibt sich daraus direkt

der Gleitreibungskoeffizient. Wie wir in der Aufgabe 4 aber gesehen haben, kann dieses Gesetz nicht genau sein, d.h. die Werte für μ werden je nach Masse des Probekörpers verfälscht.

Die Methode aus der Aufgabe 2 ist insofern ungenau, dass wir voraussetzen, dass der Probekörper eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung ausführt. In den Ort-Zeit-Diagrammen konnte man leicht erkennen, dass manche Bahnkurven zum Teil einen linearen Anstieg hatten. Dies hat natürlich einen großen Einfluss auf die Genauigkeiten der Messung.

Ferner spielt die Oberflächenunebenheit der Probekörper und der schiefen/geraden Ebene eine große Rolle. Diese ließ sich mit unseren Möglichkeiten nicht messen.

Den Einfluss der Luftreibung können wir bei der kleinen Geschwindigkeiten und der kleinen Frontfläche vernachlässigen.