
Mößbauereffekt an ^{57}Fe

Ilja Homm und Thorsten Bitsch

Betreuer: Dr. Jörg Leske

14.11.2011



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fortgeschrittenen-Praktikum
Abteilung C

Inhalt

1	Einführung	2
1.1	Ziel des Versuchs	2
1.2	Der Mößbauereffekt	2
1.3	Cobalt-57-Zerfall	2
1.4	natürliche Linienbreite	3
1.5	Debye-Waller-Faktor und Debye-Temperatur	3
1.6	Quadrupol-Aufspaltung	3
1.7	Hyperfeinaufspaltung	3
1.8	Isomerieverschiebung	4
2	Versuchsaufbau und -durchführung	4
3	Auswertung	5
3.1	Energiekalibrierung	5
3.2	Flächenverhältnis	5
3.3	Geschwindigkeitskalibrierung	6
3.4	Mößbauerspektren	7
3.4.1	Mößbauerspektrum von Edelstahl	7
3.4.2	Mößbauerspektrum von Eisenmetall	9
3.4.3	Mößbauerspektrum von Borazit	10
3.5	Debye-Waller-Faktor	11
3.6	Lebensdauer des 14,4 keV-Niveaus	11
3.7	Isomerieverschiebung	12
3.8	Quadrupolaufspaltung und resultierender Feldgradient von Borazit	12

1 Einführung

1.1 Ziel des Versuchs

Ziel des Versuchs ist die Untersuchung des Mößbauereffekts. Mit Hilfe der dabei gemessenen Mößbauerspektren soll der Debye-Waller-Faktor der Quelle, die Lebensdauer des $\frac{3}{2}^-$ -Zustands von ^{57}Fe , die Isomerieverschiebung, sowie die Quadrupolaufspaltung ermittelt werden.

1.2 Der Mößbauereffekt

Als Mößbauereffekt wird die rückstoßfreie Absorption und Emission von γ -Quanten bezeichnet. Ein γ -emittierender Kern erhält grundsätzlich bei der Emission einen Rückstoß, sodass ein Teil der γ -Energie des Photons auf den emittierenden Kern übertragen wird. Das gleiche geschieht auch bei der Absorption des Photons, sodass letztendlich die verbleibende Photonenenergie nicht ausreicht um einen anderen Kern auf das Niveau des Emissionskerns anzuregen. Befindet sich der Emissionskern jedoch gebunden in einem Festkörpergitter, so ist die Rückstoßenergie vernachlässigbar klein, da lediglich phononische Gitterschwingungen im Festkörper angeregt werden. Dies hängt mit der vergleichsweise großen Masse des gesamten Festkörpers zusammen. Ist die Rückstoßenergie zu klein um Phononen anzuregen, erhält das γ -Quant die gesamte Zerfallsenergie bei der Emission.

1.3 Cobalt-57-Zerfall

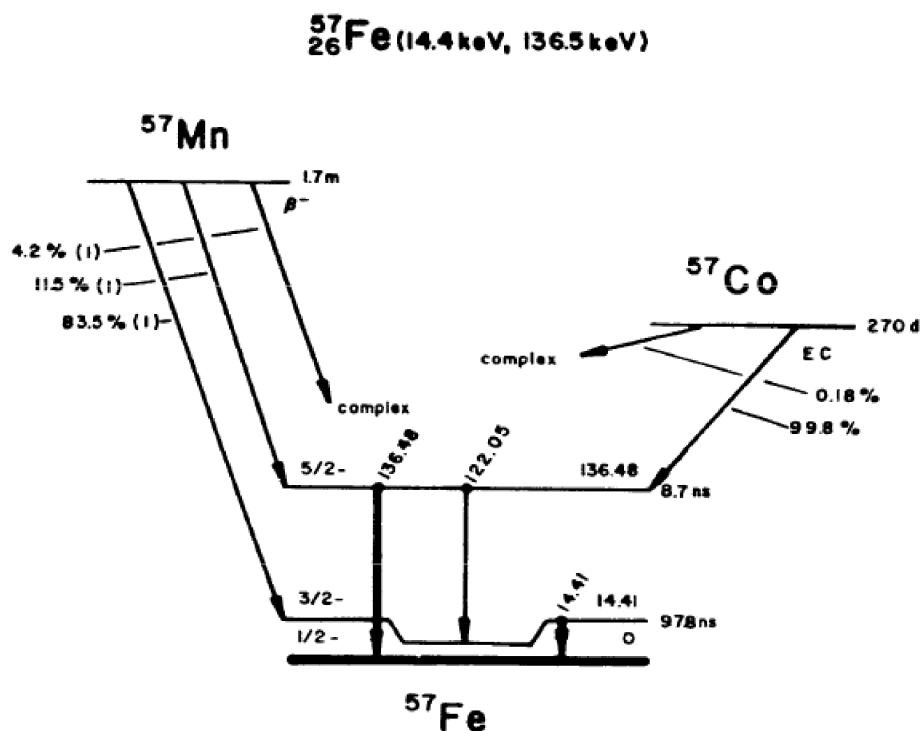


Abbildung 1: Zerfallsschema von Co-57

Quelle: Versuchsanleitung 2.4

1.4 natürliche Linienbreite

Ein angeregter Kernzustand hat die mittlere Lebensdauer $\tau = 1/\lambda$. λ ist hierbei die Zerfallskonstante. Idealerweise ist der Abstand zwischen zwei Energieniveaus exakt festgelegt. Fällt der Kern von einem energetisch höher liegenden Zustand auf einen energetisch niedrigeren Zustand herab, wird ein Photon mit genau dieser Energie emittiert. Wegen der Energie-Zeit-Unschärfe $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ existiert jedoch eine natürliche Linienbreite Γ , welche wie folgt mit der Lebensdauer des Zustandes zusammenhängt:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} \quad (1)$$

Für ^{57}Fe gilt:

$$\tau = t_{1/2}/\ln 2 = 1,43 \cdot 10^{-7} \text{ s} \Rightarrow \Gamma = 4,55 \cdot 10^{-9} \text{ eV} \quad (2)$$

1.5 Debye-Waller-Faktor und Debye-Temperatur

Der Debye-Waller-Faktor ist definiert als:

$$f = \exp \left[\frac{-6E_R}{k_B \Theta_D} \left\{ \frac{1}{4} + \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^2 \int_0^{T/\Theta_D} \frac{x}{e^x - 1} dx \right\} \right] \quad (3)$$

Er bildet das Verhältnis aus der Anzahl der rückstoßfreien γ -Emissionen und der absoluten Anzahl an Gamma-Zerfällen. Er wird aufgrund der Nullpunktsschwingung niemals 1 und 0 bei der Debye-Temperatur Θ_D . Die Debye-Temperatur ist ein materialspezifischer Wert, bei der alle möglichen Zustände besetzt sind und sieht folgendermaßen aus:

$$\Theta_D = \frac{\hbar \omega_D}{k_B} = \frac{\hbar \nu_D}{k_B} \sqrt[3]{\frac{6\pi^2 N}{V}}, \quad (4)$$

N ist dabei die Anzahl der Oszillatoren, ν_D die Debye-Geschwindigkeit und V das Materialvolumen.

1.6 Quadrupol-Aufspaltung

Durch eine nicht radialsymmetrische Ladungsverteilung im Kern kann ein elektrisches Quadrupol-Moment Q entstehen. Dessen Wechselwirkung mit dem durch die Elektronenhülle verursachten inhomogenen elektrostatischen Feldes führt zu einer Verschiebung der Energieniveaus des Kerns. Die Verschiebung der Energieniveaus ist proportional zu $V_{zz} \cdot Q$, wobei V_{zz} den Feldgradienten beschreibt. Die magnetische Quantenzahl m_I geht quadratisch in die Verschiebung der Energieniveaus ein. Daraus folgt, dass für $m_I = \pm |m_I|$ keine Verschiebung feststellbar ist. Für Kerne mit Spinquantenzahl $I \leq \frac{1}{2}$ existiert kein Quadrupol-Moment. Daher wird der Grundzustand des ^{57}Fe -Kerns nicht aufgespalten.

1.7 Hyperfeinaufspaltung

Die Eigenzustände des Kerns sind energetisch entartet. Durch die Kopplung von Kernspin und Magnetfeld der Elektronen in der Atomhülle wird die Entartung bei der Existenz eines äußeren Magnetfeldes aufgehoben, sodass zuvor entartete Zustände unterschiedliche Energieniveaus besetzen. Diese Aufspaltung der einzelnen Energieniveaus wird Hyperfeinaufspaltung genannt.

1.8 Isomerieverschiebung

Modellhaft wird angenommen, dass ein Atom aus einem elektrostatisch geladenen Kern und einer sphärischen elektrostatischen Hülle mit konstanter Ladungsdichteverteilung besteht. So kann das Coulomb-Potential des Atomkerns außerhalb der Atomhülle dem eines geladenen Punktteilchens gleichgesetzt werden. Allerdings verändert sich dieses Potential durch das Coulomb-Potential der Elektronen in der Atomhülle, sodass eine Wechselwirkung zwischen Atomkern und Atomhülle besteht. Es existiert eine endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Hüllenelektronen im Inneren des Hüllenradius. Deshalb muss für das vereinfachte Modell ein Korrekturfaktor δE angenommen werden, der vom Kernradius abhängt. Geht nun der Kern vom angeregten Zustand in seinen Grundzustand über, so kann sich sein Radius ändern, sodass unterschiedliche Korrekturen δE_a und δE_b zustande kommen. Die Differenz dieser Korrekturen erhöht oder erniedrigt bei einem Übergang die benötigte γ -Energie. Bestehen bei einem Mößbauerexperiment Quelle und Absorber aus dem selben Material, ist die Verschiebung der Energie nicht messbar. Bei unterschiedlichen Materialien wird das gesamte Mößbauerspektrum etwas verschoben.

2 Versuchsaufbau und -durchführung

Die Quelle befindet sich an einem Lautsprecher, der mit einer Dreiecksspannung angesteuert wird. Auf diese Weise bewegt sich die Quelle mit veränderlicher Geschwindigkeit auf das Absorbermaterial zu und wieder weg. Dadurch wird mit Hilfe des Doppler-Effekts die Energie der γ -Strahlung, die die Absorber-Kerne anregen soll, variiert. Hinter Quelle und Absorber befindet sich ein Proportionalitätszählrohr, sodass energieaufgelöst Photonen gemessen werden können. Zur Verarbeitung der Signale wird ein Vorverstärker, ein Diskriminator, sowie ein Analog-Digital-Wandler verwendet.

Zunächst wird das Impulshöhenspektrum der ^{57}Co -Quelle gemessen. Am Diskriminator werden der obere und untere Schwellwert so eingestellt, dass lediglich die 14,4 keV-Ereignisse registriert werden.

Anschließend wird die Messelektronik so eingestellt, dass geschwindigkeitsaufgelöst Mößbauer-Spektren gemessen werden können.

3 Auswertung

3.1 Energiekalibrierung

Aus dem Impulshöhenspektrum wird eine Energiekalibrierung durchgeführt. Die beiden Peaks beim Zerfall von ^{57}Co in ^{57}Fe sind bekannt und liegen bei 6,4 keV sowie bei 14,4 keV, somit lassen sich durch einen linearen Fit den Kanälen bestimmte Energien zuordnen:

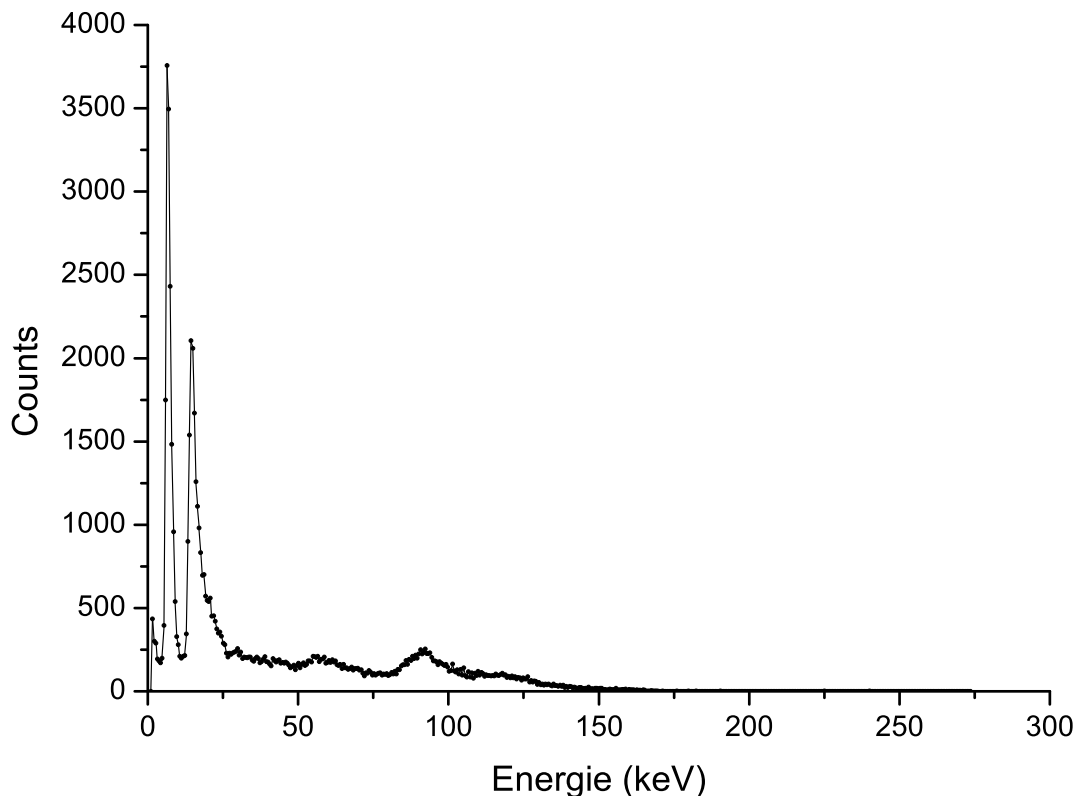


Abbildung 2: Energiekalibrierung von ^{57}Co

Für den Fit wurde folgende Funktion benutzt:

$$Energie(Kanal) = 0,533333 \frac{\text{keV}}{\text{Kanal}} \cdot Kanal + 0,533333 \text{ keV}. \quad (5)$$

3.2 Flächenverhältnis

Zur Bestimmung der Flächenverhältnisse wurde zunächst über die Fläche unterhalb des 14,4 keV-Peaks abzüglich des Untergrunds integriert und daraufhin über die Gesamtfläche ohne den 6,4 keV-Peak. Die Linienfläche unterhalb des 14,4 keV-Peaks liefert einen Wert von 7560 und die Gesamtfläche ohne den 6,4 keV-Peak hat den Wert 29174,38. Damit ergibt sich ein Verhältnis von Linienfläche zur Gesamtfläche von $0,2591 \pm 0,02$ bzw. $25,91\% \pm 2\%$.

3.3 Geschwindigkeitskalibrierung

Mit der bekannten magnetischen Grundzustandsaufspaltung von Eisenmetall mit 3,924 mm/s wird eine Geschwindigkeitskalibrierung durchgeführt. Dabei entsprechen die Abstände der Peaks 2 und 4, sowie 3 und 5, den Übergängen unterschiedlicher Grundzustände in das gleiche angeregte Niveau. Die Kanaldifferenz zwischen Peak 2 und 4 beträgt 56 und die vom 3. und 5. Peak 54. Mit einem gemittelten Wert von 55 ± 1 ergibt sich eine Auflösung von $0,071 \text{ mm/s} \pm 0,0026 \text{ mm/s}$ pro Kanal. Der Geschwindigkeitsnullpunkt liegt in der Mitte aller Kanäle, die auch Counts gemessen haben, also bei Kanal $200,5 \pm 0,5$. Die Eichfunktion lautet somit:

$$\text{Geschwindigkeit}(\text{Kanal}) = (0,071 \pm 0,0026) \frac{\text{mm}}{\text{s} \cdot \text{Kanal}} \cdot \text{Kanal} + (14,2355 \pm 0,5206) \frac{\text{mm}}{\text{s}} \quad (6)$$

Das Spektrum dazu sieht folgendermaßen aus:

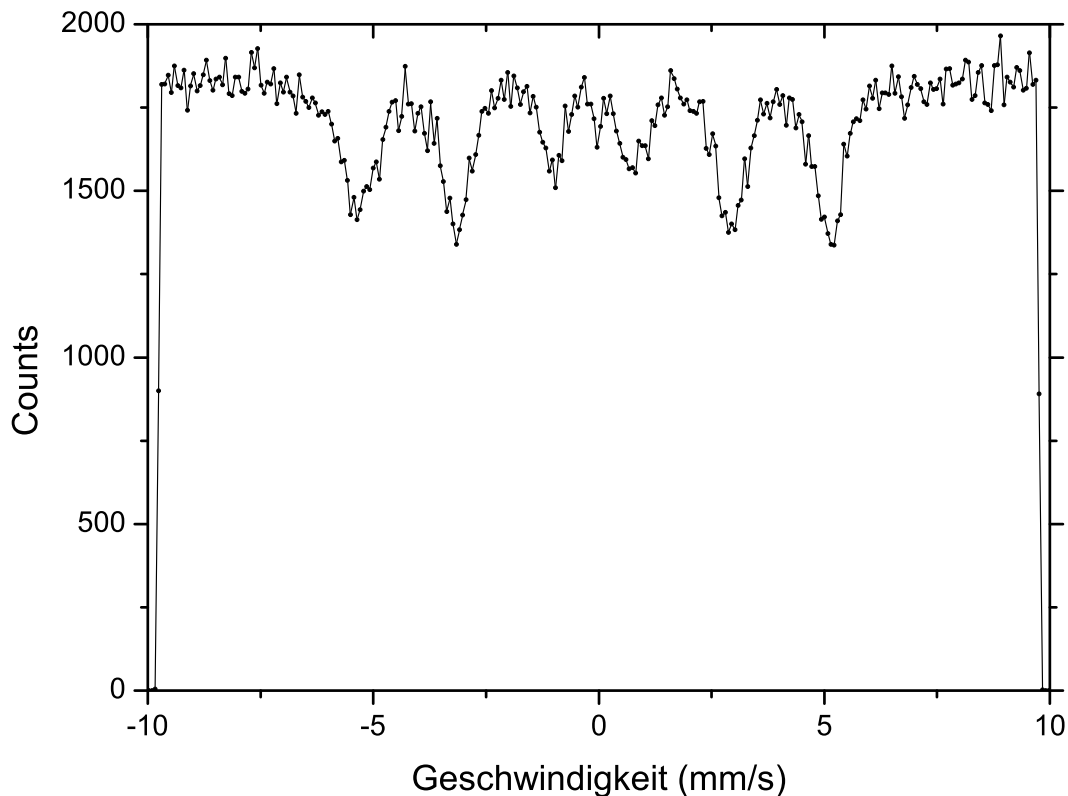


Abbildung 3: Geschwindigkeitskalibrierung anhand des Spektrums von Eisenmetall

Die Geschwindigkeit $1 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ entspricht einer Energie von $4,81 \cdot 10^{-8} \text{ eV}$. Für die Geschwindigkeitskalibrierung wird der relativistische Dopplereffekt ausgenutzt. Es gelten folgende Relationen:

$$E_\gamma = h \cdot f \rightarrow f = \frac{E_\gamma}{h} \quad (7)$$

$$\text{mit } E_\gamma = 14,4 \cdot 10^3 \text{ eV und } h = 4,135667 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$$

$$f_{\text{doppler}} = f \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \quad (8)$$

Gleichungen (7) und (8) in $E_{\text{neu}} = h \cdot f_{\text{doppler}}$ eingesetzt, ergibt die Umrechnung der Geschwindigkeitsskala in eine Energieskala. Damit ergeben sich folgende Gleichung und Spektrum:

$$\text{Energie}(\text{Kanal}) = (0,0034 \pm 0,0001) \frac{\mu\text{eV}}{\text{Kanal}} \cdot \text{Kanal} + (0,6847 \pm 0,0250) \mu\text{eV} \quad (9)$$

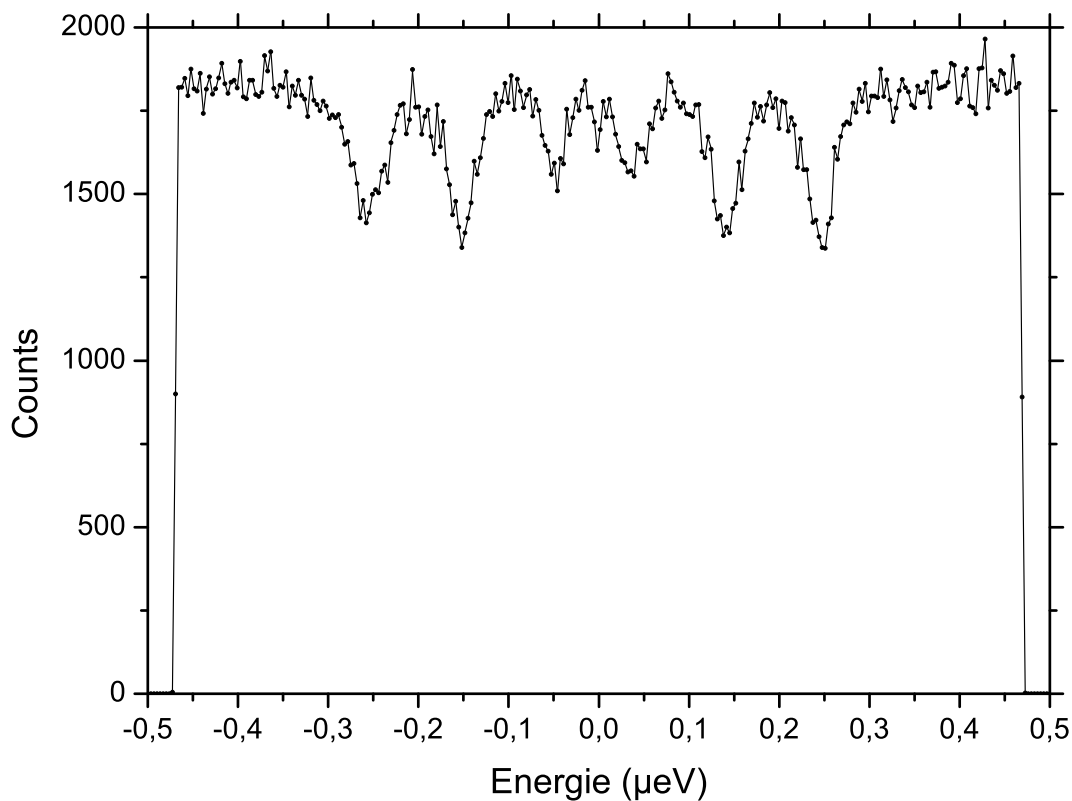


Abbildung 4: Geschwindigkeit in Energie umgewandelt

3.4 Mößbauerspektren

3.4.1 Mößbauerspektrum von Edelmetall

Aus dem Spektrum von Edelmetall wird die Lage, Tiefe und Breite des Peaks bestimmt. Zu diesem Zweck werden eine Lorentz-Funktion der Form $f(x) = y_0 + \frac{2A}{\pi} \frac{w}{4(x-x_0)^2+w^2}$ an das Spektrum gefittet und die einzelnen Parameter ausgelesen. Hierbei bestimmt x die Lage, $2A/w\pi$ die Tiefe T und w die Breite.

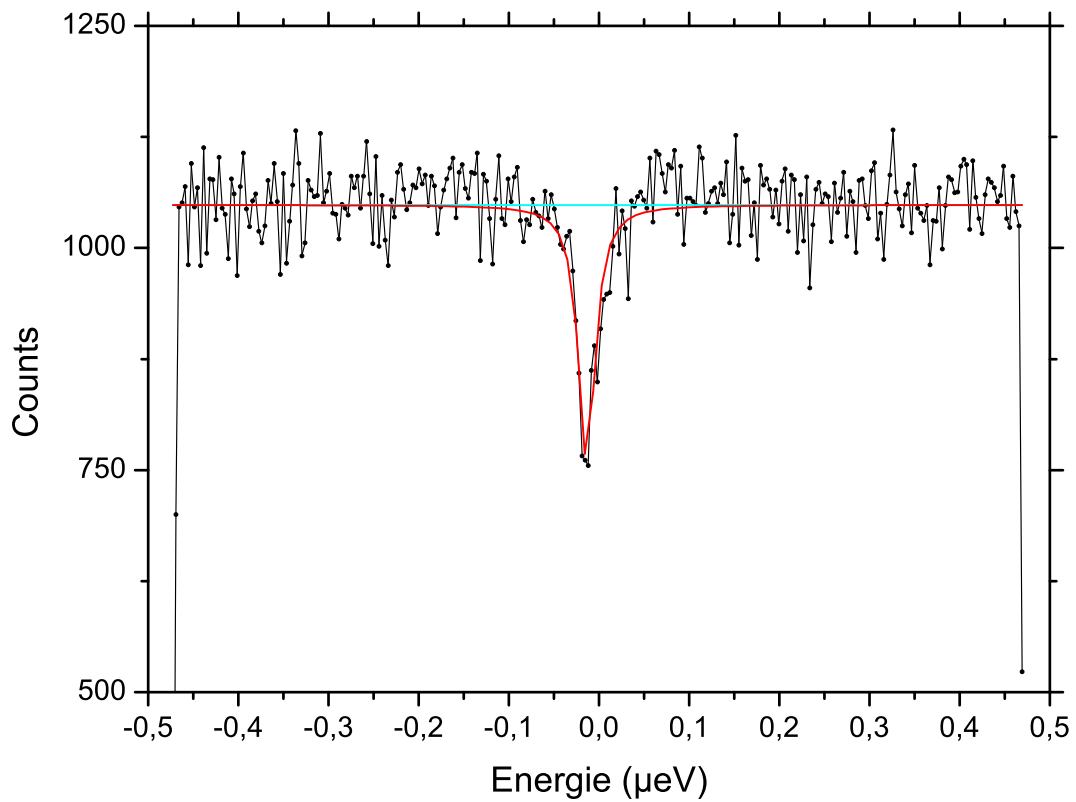


Abbildung 5: Edelstahlspektrum

Peak	Lage (μeV)	Tiefe (Counts)	Breite (μeV)
1	$-0,0135 \pm 0,0019$	$294,28 \pm 92,75$	$0,0221 \pm 0,0056$

3.4.2 Mößbauerspektrum von Eisenmetall

Für das Eisenmetallspektrum wird die Lage der 6 Resonanzlinien bestimmt:

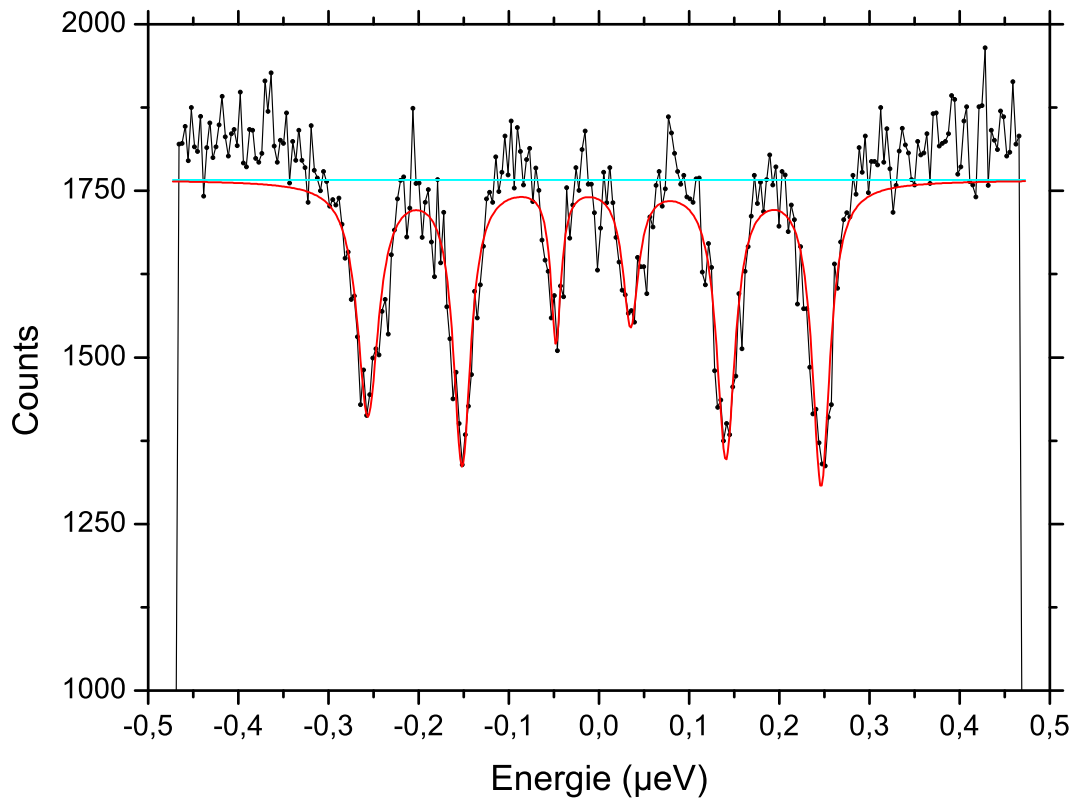


Abbildung 6: Eisenmetallspektrum

Peak	Lage (μeV)	Breite (μeV)
1	$-0,2564 \pm 0,0041$	$0,0285 \pm 0,0119$
2	$-0,1519 \pm 0,0031$	$0,0232 \pm 0,0089$
3	$-0,0478 \pm 0,0043$	$0,0138 \pm 0,0123$
4	$0,0351 \pm 0,0059$	$0,021 \pm 0,0169$
5	$0,1407 \pm 0,0033$	$0,0249 \pm 0,0095$
6	$0,2463 \pm 0,0029$	$0,0237 \pm 0,0083$

3.4.3 Mößbauerspektrum von Borazit

Borazit hat zwei Peaks, deren Lage und Breite folgendermaßen aussehen:

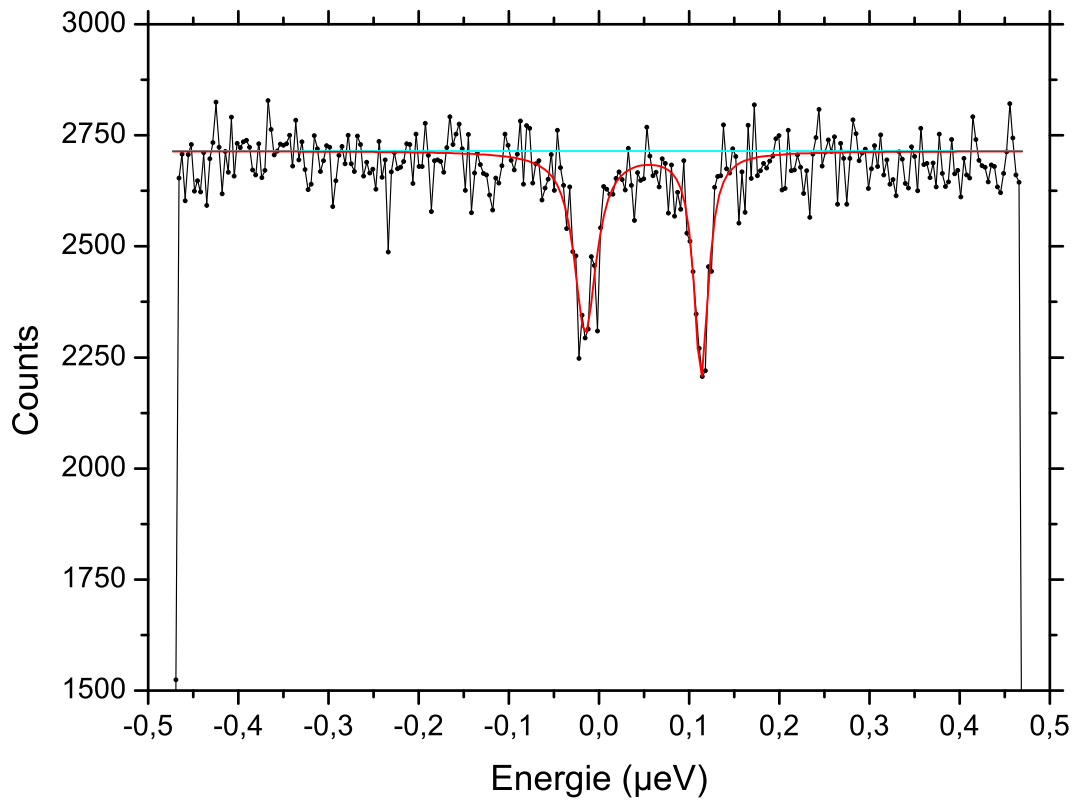


Abbildung 7: Borazitspektrum

Peak	Lage (μeV)	Breite (μeV)
1	$-0,0152 \pm 0,0041$	$0,0296 \pm 0,0118$
2	$0,1134 \pm 0,003$	$0,0191 \pm 0,0077$

3.5 Debye-Waller-Faktor

Der Debye-Waller-Faktor errechnet sich zu $f_Q = \frac{\epsilon}{A_r(t)}$, mit ϵ als die Wahrscheinlichkeit für rückstoßfreie Emission und gleichzeitige rückstoßfreie Absorption und $A_r(t)$ als Wahrscheinlichkeit der resonanten Absorption, die von der Dicke des Absorbers abhängt. ϵ lässt sich aus dem Verhältnis der Tiefe des Peaks T zum Grundniveau y_0 berechnen, also $\epsilon = \frac{T}{y_0} = \frac{294,28 \pm 92,75}{1048,44 \pm 32,38} = 0,2807 \pm 0,0889$. Nun muss $A_r(t)$ aus dem Graphen auf dem Anleitungsblatt bestimmt werden, wobei dafür zunächst die Dicke des Absorbers t wichtig ist. Sie ist definiert als $t = \frac{f_A \sigma_0 \beta \rho_A}{M}$.

$f_A = e^{\left(-\frac{3E^2}{Mc^2 k_B \Theta_D} \cdot I\right)} = 0,84 \pm 0,02$ ist der Debye-Waller-Faktor des Absorbers, $\sigma_0 = (2,56 \pm 0,03) \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2$ der Wirkungsquerschnitt, $\beta = 0,55 \cdot 0,0214 = 0,0118$ der Anteil von ^{57}Fe -Atomen im Edelstahl, $\rho_A = (10,2 \pm 0,5) \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$ die Flächendichte und $M = 94,5427 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ die atomare Masse von ^{57}Fe . Um f_A zu berechnen, wird zunächst das Integral $I = \frac{1}{4} + \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^2 \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x}{e^x - 1} dx = 0,63 \pm 0,02$ gelöst. Für die Debye-Temperatur wurde $\Theta_D = 510\text{K} \pm 75\text{K}$ verwendet und für die Temperatur $T = 297\text{K} \pm 2\text{K}$. Damit ergibt sich für $t = (2,7307 \pm 0,1554)$. Anhand von t wird dann von der Graphik vom Anleitungsblatt der Wert für A_r abgelesen und zu $0,60 \pm 0,02$ bestimmt. Der Debye-Waller-Faktor der Quelle ist damit $f_Q = 0,47 \pm 0,13$.

3.6 Lebensdauer des 14,4 keV-Niveaus

Um die mittlere Lebensdauer des 14,4 keV-Niveaus zu bestimmen, werden die Halbwertsbreiten aller gemessenen Peaks gemittelt. Da sowohl Emission, als auch Absorption gemessen wurden, ist die mittlere doppelte Halbwertsbreite $2 \cdot \bar{\Gamma} = 0,0229 \mu\text{eV}$ und damit $\tau = \frac{\hbar}{\bar{\Gamma}} = 59,06 \text{ ns}$. Dies stellt jedoch nur eine untere Grenze dar, denn es müssten u.a. folgende Einflüsse berücksichtigt werden, die zu einer Linienverbreiterung führen können:

- Geometrie des Aufbaus:
Dadurch dass sowohl Quelle, als auch Absorber eine gewisse Ausdehnung haben, treffen nicht alle γ -Quanten senkrecht auf den Absorber. Dies führt zu einer Verringerung der Geschwindigkeit um $\cos(\alpha)$.
- Dickenabhängigkeit der Linienbreite:
Die Linienbreite hängt auch von der Dicke des Absorbers ab. Dabei gilt die Formel $\Gamma_{exp} \approx 2 \cdot (1 + 0,135t) \Gamma_{nat}$. Somit ist mit dem bereits vorher errechneten $t = 2,7307$ die experimentelle Linienbreite $\Gamma_{exp} = 1,2769 \cdot 10^{-8} \text{ eV}$.
- Selbstabsorption in der Quelle:
Einige γ -Quanten kommen gar nicht erst beim Absorber an, da sie bereits von der Quelle selbst absorbiert wurden. Dies verringert zusätzlich die Intensität der Strahlung, was zu einem flacheren Peak führt.
- Nichtaufgelöste Hyperfeinaufspaltung:
Bei schwachen Magnetfeldern werden einzelne Linien der Hyperfeinaufspaltung nicht mehr aufgelöst, wenn sie zu nah aneinander liegen, sodass mehrere Linien als ein einziger verbreiteter Peak erscheinen können.

3.7 Isomerieverschiebung

Durch Mittelung der Lage der gegenüberliegenden Peaks ergibt sich die Isomerieverschiebung. Bei Eisenmetall sind es $0,00567 \mu \text{ eV}$ und bei Borazit $0,0491 \mu \text{ eV}$. Für Edelstahl ist es die Verschiebung der Lage des Peaks vom Energienullpunkt und beträgt $0,0135 \mu \text{ eV}$.

3.8 Quadrupolaufspaltung und resultierender Feldgradient von Borazit

Der Abstand zwischen den beiden Borazit-Peaks entspricht der Quadrupolaufspaltung, die somit einen Wert von $E_Q = 0,1286 \mu \text{ eV}$ hat. Der Feldgradient ist definiert als $V_{zz} = \frac{2E_Q}{eQ}$ und errechnet sich zu $1,2248 \cdot 10^{22} \text{ V/m}^2$, mit $Q = (0,21 \pm 0,01) \text{ barn}$.