

# Versuch 4.2: Test einer Bellschen Ungleichung

Praktikanten: Carl Böhmer, Maxim Singer

Betreuer: Thorsten Führer

Durchführung: 04.07.2011

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Grundlagen</b>	<b>2</b>
1.1 Das EPR-Paradoxon . . . . .	2
1.2 Lokale Realistische Theorien und Bellsche Ungleichungen . . . . .	3
1.3 Erzeugung verschränkter Photonen . . . . .	5
<b>2 Versuchsziel</b>	<b>6</b>
<b>3 Durchführung und Auswertung</b>	<b>6</b>
3.1 Versuchsaufbau . . . . .	6
3.2 Laser-Kennlinie . . . . .	7
3.3 Michelson-Kontrast und Bellwert aus Fitfunktion . . . . .	8
3.4 Bell-Wert aus direkten Messwerten . . . . .	11
<b>4 Fazit</b>	<b>11</b>
<b>5 Quellen</b>	<b>12</b>
<b>6 Eigenständigkeitserklärung</b>	<b>12</b>

## 1 Grundlagen

### 1.1 Das EPR-Paradoxon

Zeitgleich mit der Entwicklung der quantenmechanischen Theorien kam auch Kritik an diesen meist der Intuition widersprechenden Aussagen auf. Eine besonders fundierte und von Einstein, Podolski und Rosen (EPR) formulierte Kritik basiert auf einem Gedankenexperiment, in dem Messungen an einem verschränkten Zustand durchgeführt werden.

Ein verschränkter Zustand lässt sich in einem einfachen Fall beispielsweise für ein Zwei-Teilchen-System (der Teilchen  $s$  und  $i$ ) konstruieren, wobei die Basiszustände jedes Quantensystems  $|H\rangle$  und  $|V\rangle$  lauten könnten für horizontale und vertikale Polarisation. Für ungekoppelte Teilsysteme wäre die Gesamtwellenfunktion das Tensorprodukt der Wellenfunktionen der Teilsysteme, also möglicherweise  $|\phi\rangle = |H_s\rangle|V_i\rangle = |HV\rangle$ . Ein verschränkter Zustand zeichnet sich dadurch aus, dass sich die Gesamtwellenfunktion eben nicht mehr als Tensorprodukt der Einzelzustände darstellen lässt und  $|\phi\rangle = a|HV\rangle + b|VH\rangle$  lauten könnte.

An dieser Stelle setzt das EPR-Paradoxon an. Wird an einem Teilchen eine Messung durchgeführt, die damit den Zustand von diesem festsetzt, ist auch der Zustand des zweiten Teilchens bekannt, als ob sich die Information über den

Zustand des ersten Teilchens instantan, d.h. mit Überlichtgeschwindigkeit, ausgebreitet hätte und sie dem anderen Teilchen zugetragen wurde. Ein Schritt weiter ins Paradoxe hinein führt die Messung an zwei Teilchen, die in Ort und Impuls verschränkt sind. Wird der Ort des einen und der Impuls des anderen gemessen, ließe sich für beide Teilchen ohne Einschränkung durch die Heisenbergsche Unschärferelation Ort und Impuls angeben.

Für EPR war es entscheidend, dass für jedes Element der physikalischen Theorie auch ein zugehöriges Element der physikalischen Realität gehört, was genau dann der Fall ist, wenn sich der Wert einer physikalischen Messgröße (eben jenes Element der Theorie) vorhersagen lässt, ohne ein System in irgendeiner Weise zu stören. Eben dies war innerhalb der Quantenmechanik nicht möglich.

## 1.2 Lokale Realistische Theorien und Bellsche Ungleichungen

Die Quantenmechanik wurde von EPR als unvollständig angesehen und die Auffassung vertreten, dass noch uns verborgene Parameter  $\lambda$  existieren, die den Zustand bereits vor der Messung, zum Zeitpunkt der Wechselwirkung der beiden Teilchen exakt festsetzen. Solche Parameter würden die Quantentheorie zu einer lokal-realistischen Theorie ergänzen. Lokalität bedeutet dabei, dass die Durchführung einer Messung nur Auswirkungen auf den durch die Lichtgeschwindigkeit gegebenen Radius haben kann und Realität - die a priori-Festlegung der beobachteten Messwerte durch die verborgenen Parameter.

Ein Experiment zur Unterscheidung, ob die Quantenmechanik so gültig ist oder eine lokal-realistische Theorie (LRT) zugrunde liegen muss, besteht darin eine sogenannte Bell'sche Ungleichung zu überprüfen. Ausgangslage besteht dabei in der Polarisationsmessung zweier polarisationsverschränkter, örtlich getrennter Photonen. Die Messwerte A und B für die beiden Teilchen können dabei die Werte  $\pm 1$  annehmen für horizontal oder vertikal polarisiert. In einer LRT sind  $A(\lambda, \alpha)$  und  $B(\lambda, \beta)$  nur von der örtlichen Polarisatorstellung und den verborgenen Parametern  $\lambda$  abhängig.

Der Wert  $E(\alpha, \beta) = P_{VV}(\alpha, \beta) + P_{HH}(\alpha, \beta) - P_{VH}(\alpha, \beta) - P_{HV}(\alpha, \beta)$ , in dem die Wahrscheinlichkeiten  $P_{XY}(\alpha, \beta)$  für die Koinzidenzmessung für ein X- und ein Y-polarisiertes Photon bei den Polarisatorstellungen  $\alpha$  und  $\beta$  auftauchen, ist ein Maß für die Polarisationskorrelation und stellt einen Erwartungswert dar, der einen Wert im Bereich von +1 bis -1 annehmen kann. Bei +1 sind die Polarisierungen der koinzident gemessenen Teilchen stets identisch, bei -1 sind sie es nie. Mit diesem lässt sich ein Bellwert

$$S = E(\alpha, \beta) - E(\alpha, \beta') + E(\alpha', \beta) + E(\alpha', \beta')$$

definieren.

Nun ist gerade das Entscheidende, dass in einer LRT  $S$  nie größer als 2 wird. Der Erwartungswert lässt sich mit Hilfe der normierten Verteilungsfunktion  $\rho(\lambda)$  der verborgenen Parameter zu

$$E(\alpha, \beta) = \int A(\lambda, \alpha)B(\lambda, \beta)\rho(\lambda)d\lambda$$

berechnen.  $S$  wird damit zu

$$S = \int \rho(\lambda)(A(\lambda, \alpha)B(\lambda, \beta) - A(\lambda, \alpha)B(\lambda, \beta') + A(\lambda, \alpha')B(\lambda, \beta) + A(\lambda, \alpha')B(\lambda, \beta'))d\lambda$$

Für die Summe in den Klammern lässt sich nun, wenn sie umgeformt wird, eine einfache Fallunterscheidung machen:

$$\begin{aligned} & (A(\lambda, \alpha)B(\lambda, \beta) - A(\lambda, \alpha)B(\lambda, \beta') + A(\lambda, \alpha')B(\lambda, \beta) + A(\lambda, \alpha')B(\lambda, \beta')) \\ &= A(\lambda, \alpha)(B(\lambda, \beta) - B(\lambda, \beta')) + A(\lambda, \alpha')(B(\lambda, \beta) + B(\lambda, \beta')) = \\ & \quad 2, \quad \text{falls } B(\lambda, \beta)=B(\lambda, \beta')=1 \text{ oder } B(\lambda, \beta)=1 \text{ und } B(\lambda, \beta')=-1 \\ & \quad -2, \quad \text{falls } B(\lambda, \beta)=B(\lambda, \beta')=-1 \text{ oder } B(\lambda, \beta)=-1 \text{ und } B(\lambda, \beta')=1 \end{aligned}$$

Da innerhalb des Integrals mit der auf 1 normierten Verteilungsfunktion  $\rho(\lambda)$  gewichtet wird, kann das gesamte Integral und damit  $S$  maximal den Wert 2 annehmen. Als Bellsche Ungleichung wird in diesem Versuch dementsprechend bezeichnet

$$2 \geq E(\alpha, \beta) - E(\alpha, \beta') + E(\alpha', \beta) + E(\alpha', \beta')$$

Anders verhält es sich jedoch innerhalb der quantenmechanischen Theorie. Innerhalb dieser werden die Wahrscheinlichkeiten der Koinzidenzmessung durch die Änderung der Basiszustände  $|H\rangle$  und  $|V\rangle$  durch um  $\alpha$  gedrehte Polarisatoren bestimmt. So gilt beispielsweise für die Koinzidenzmessung von  $H_\alpha H_\beta$  (sowohl hinter dem um  $\alpha$  als auch dem um  $\beta$  gedrehten Polarisator tritt ein horizontal polarisiertes Photon auf):

$$\begin{aligned} P_{HH}(\alpha, \beta) &= |\langle H_\alpha |_s \langle H_\beta |_i | \Psi \rangle|^2 \\ &= |(\sin\alpha \langle H |_s + \cos\alpha \langle V |_s)(\sin\beta \langle H |_i + \cos\beta \langle V |_i) | \Psi \rangle|^2 \\ &= |\cos\theta \cos\alpha \cos\beta + e^{2i\Phi} \sin\theta \sin\alpha \sin\beta| \end{aligned}$$

Für einen Zustand der Photonen  $|\Psi\rangle = \cos\theta |H\rangle_s |H\rangle_i + e^{2i\Phi} \sin\theta |V\rangle_s |V\rangle_i$ . Bei geeigneter Wahl der Winkel, eine mögliche Kombination wäre  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha' = 45^\circ$ ,  $\beta = 22.5^\circ$  und  $\beta' = 67.5^\circ$ , erlaubt die Quantenmechanik einen Wert von maximal  $2\sqrt{2}$  für  $S$ , was gerne als Verletzung der Bellschen Ungleichung bezeichnet wird und so eine Gültigkeit der quantenmechanischen Theorie belegen soll.

### 1.3 Erzeugung verschränkter Photonen

Ein verschränkter Zustand der Form  $|\Psi\rangle = \cos\theta|H\rangle_s|H\rangle_i + e^{2i\Phi}\sin\theta|V\rangle_s|V\rangle_i$  lässt sich für Photonen per SPDC (spontaneous parametric down conversion) erzeugen, welches gerade der umgekehrte Prozess der Summenfrequenzerzeugung (SFG) ist, auf welchen im folgenden kurz eingegangen wird.

Propagiert eine elektromagnetische Welle in einem Medium werden die Elektronen gegenüber den Atomrümpfen mit dem elektrischen Feld der Welle verschoben, eine elektrische Polarisation wird induziert. Dabei hängt diese Polarisation nicht rein linear vom elektrischen Feld ab, sondern es existieren auch Terme mit höheren Potenzen in E. Die Summenfrequenzerzeugung ist ein nichtlineares Phänomen, welche ihren Ursprung darin haben, dass die Dipole im Medium nicht mehr verzögerungsfrei dem elektrischen Feld folgen können.

Tritt in ein nichtlineares Medium eine elektromagnetische Welle ein, die Komponenten mit zwei verschiedenen Frequenzen aufweist, so gilt für die Polarisation zweiter Ordnung:

$$P^{(2)} = \chi^{(2)} E^2 = \chi^{(2)} ((E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + k.k.)^2 = \chi^{(2)} ((E_1^2 e^{-2i\omega_1 t} + E_2^2 e^{-2i\omega_2 t} + E_1 E_2^* e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} + E_1 E_2 e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} + k.k.) + 2E_1 E_2^* + 2E_1^* E_2)$$

Offensichtlich tauchen dabei nicht nur Terme mit den ursprünglichen Frequenzen auf, sondern unter anderem auch die Summenfrequenz  $\omega_1 + \omega_2$ . Um nun ein makroskopisches elektrisches Feld aus dieser SFG (Sum Frequency Generation) zu erzeugen, muss jedoch noch eine weitere Bedingung erfüllt werden. Man findet, dass die Intensität der SFG von einem Phasenanpassungsterm abhängt, der

$$\frac{\sin^2((k_{\omega_1} + k_{\omega_2} - k_{\omega_1 + \omega_2})l/2)}{((k_{\omega_1} + k_{\omega_2} - k_{\omega_1 + \omega_2})l/2)^2}$$

wobei  $k$  die Wellenvektoren von elektromagnetischen Wellen mit im Index angegebener Frequenz sind und  $l$  die Länge des Mediums. Das Maximum der Intensität wird erreicht, wenn gerade  $k_{\omega_1} + k_{\omega_2} - k_{\omega_1 + \omega_2} = 0$ , was auf die Bedingung für den Brechungsindex führt

$$n_{\omega_1}\omega_1 + n_{\omega_2}\omega_2 = n_{\omega_1 + \omega_2}(\omega_1 + \omega_2),$$

welche nur in doppelbrechenden Medien zu erfüllen ist, da in ihnen für außerordentlich polarisierte ein anderer Brechungsindex vorliegt als für ordentlich polarisierte. Durch Kippen des Mediums kann eine exakte Phasenanpassung erfolgen, da der Brechungsindex für außerordentliche Strahlen vom Winkel zwischen optischer Achse und Einfallrichtung abhängt.

Wie zu Beginn erwähnt läuft die SPDC quasi zeitlich umgekehrt ab: in einem BBO-Kristall wird aus einem außerordentlich polarisierten Pumpphoton zwei

ordentlich polarisierte Photonen. Um nun die Verschränkung zu erreichen, müssen zwei solche Kristalle dicht hintereinander positioniert werden, und zwar so, dass die optische Achse des einen um  $90^\circ$  gegenüber der des anderen verdreht ist. Auf diese Weise überlappen sich die beiden Koni, auf denen die Photonen austreten und sind nach dieser Kristallanordnung in einem Zustand der Art  $|\Psi\rangle = \cos\theta|H\rangle_s|H\rangle_i + \sin\theta e^{2\Phi i}|V\rangle_s|V\rangle_i$ , der für  $\theta = 45^\circ$  und  $\Phi = 0$  dem gewünschten Bellzustand entspricht. Die Indizes s und i stehen für signal und idler und bezeichnen jeweils ein Photon.  $\theta$  findet sich im Aufbau in der Polarisationsrichtung des Pumpstrahls vor dem Kristall wieder. So steht er bei beiden Kristallen im gleichen Winkel zu den optischen Achsen.

## 2 Versuchsziel

Ziel des Versuches ist es, experimentell die Gültigkeit der Bellschen Ungleichung zu überprüfen und so fest zu stellen, ob die Quantenmechanik noch als Theorie einer Erweiterung durch beispielsweise verborgenen Parameter bedarf. Dabei sollte jedoch im Voraus darauf hingewiesen sein, dass ein vollkommen wasserdichtes Experiment, das eine sichere Aussage darüber treffen kann, bisher noch nicht ausgeführt wurde, da einige Schlupflöcher noch nicht zu schließen waren. Im Rahmen dieses Versuches muss daher erwähnt werden, dass die Polarisatorstellungen stets bekannt sind, und nicht erst so kurz vor einer Detektion eingestellt wurden, dass nicht einmal ein Lichtsignal diese Information zum anderen Detektor tragen könnte. Dies verletzt das Lokalitätsprinzip.

## 3 Durchführung und Auswertung

### 3.1 Versuchsaufbau

Die Detektion der Photonen wird mit APDs (Avalanche Photon Diode) bewerkstelligt. Wie der Name schon vermuten lässt befindet sich in ihr ein Halbleiter mit pn-Übergängen. Im Bereich einer eher schwach p-dotierten Schicht erzeugen Photonen bewegliche Elektronen, woraufhin diese durch die Sperrspannung in einen weiteren pn-Übergang driften, in dem durch die starke Dotierung eine hohe Feldstärke herrscht. Dort werden die Elektronen derart stark beschleunigt, dass weitere Ladungsträgerpaare durch Stoßionisation entstehen. Diese Verstärkung macht die Detektion von einzelnen Photonen möglich.

Indem bei der Detektion eines Photons durch den einen Detektor innerhalb der Messelektronik ein Fenster geöffnet wird, in dem ein von der anderen APD gemessenes Photon als koinzident angesehen wird, kann ein Wert für wahre Koinzidenzen ausgegeben werden.

Vor den beiden Detektoren befinden sich Polarisatoren, die während des Versuches in die gewünschte Stellung gedreht werden. Der Strahlblocker und die Langpassfilter sollen das Eindringen von blauen Photonen aus dem ursprünglichen Laserstrahl in die APDs verhindern.

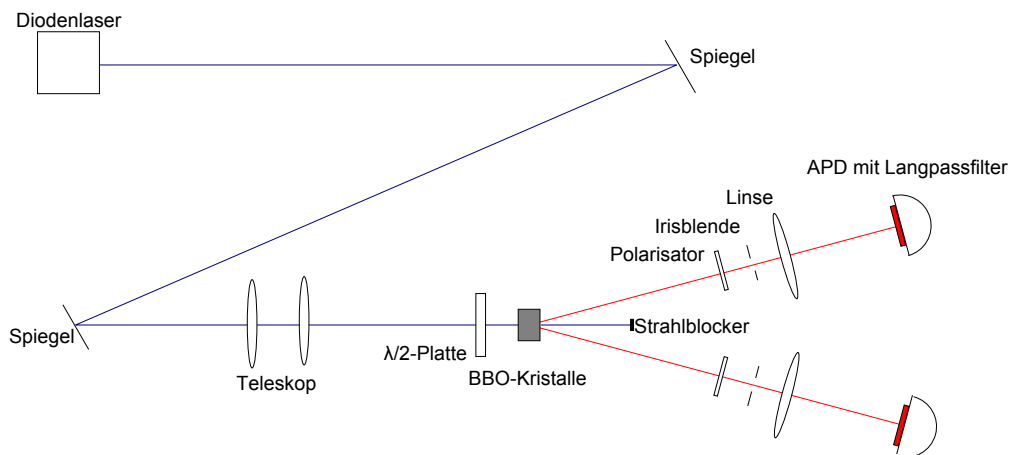


Abbildung 1: Der Versuchsaufbau, die beiden Aufbauten nach den BBo-Kristallen sind identisch.

### 3.2 Laser-Kennlinie

Am Anfang des Versuchs sollte die Stromleistungskennlinie des Lasers bestimmt werden (Abb. 2). Dazu wurde unmittelbar am Ausgang des Lasers ein digitales Leistungsmessgerät in den Strahlengang gestellt. Die Stromstärke wurde von 2.4 mA, was dem minimalen einstellbaren Wert entsprach, bis auf 65 mA in 5 mA Schritten erhöht. In dem Bereich, in dem die Stromleistungskennlinie einen Knick macht, wurden die Schritte kleiner gehalten. Der Messfehler entspricht einem Digit auf den Messgeräten und ist für die Stromstärke 0.1 mA und für die Strahlungsintensität je nach Skalenbereich 1-100  $\mu W$  groß.

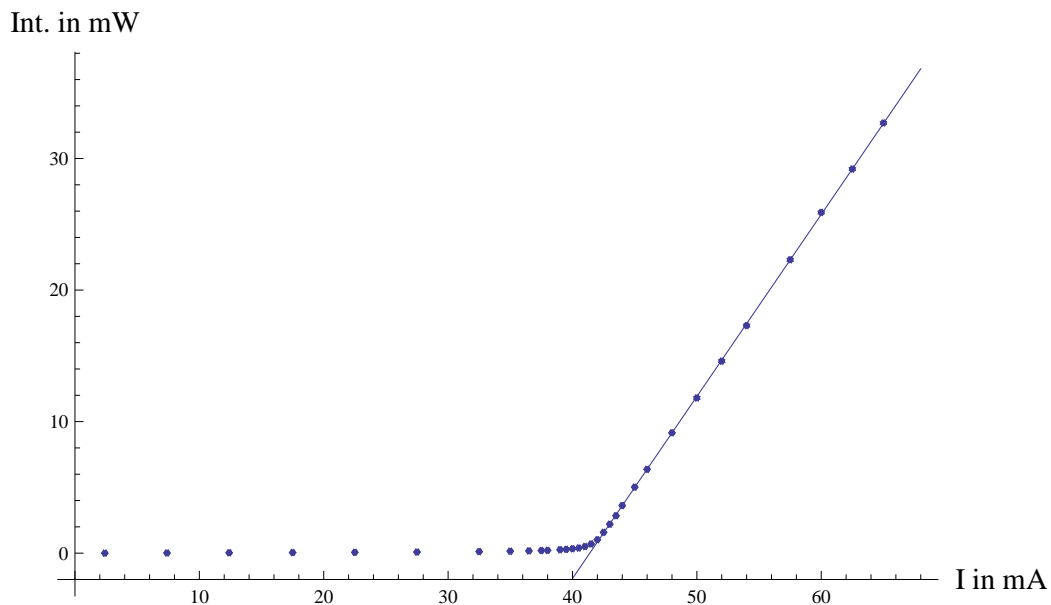


Abbildung 2: Stromleistungskennlinie des Lasers.

An die Messwerte, die im Arbeitsbereich des Lasers liegen, wurde eine Gerade angelegt und zu

$$f(x) = (1.3836 \pm 0.0031)x - (57.2667 \pm 0.1564)$$

bestimmt. Interessant ist in diesem Fall der Schnittpunkt der angenäherten Gerade mit der x-Achse, der als Schwellstrom bezeichnet wird und in diesem Fall  $I_s = (41.39 \pm 0.02)$  mA beträgt.

Mit dem Altern des Lasers wird der Schwellstromwert immer höher, deswegen kann man durch einen Vergleich mit früheren Messwerten grob abschätzen, wann der Laser nicht mehr zu gebrauchen ist.

### 3.3 Michelson-Kontrast und Bellwert aus Fitfunktion

Zunächst wurde überprüft, ob der Bell-Zustand vorliegt. Dazu wurde bei verschiedenen Stellungen der Halbwellenplatte vor den BBO-Kristallen überprüft, ob bei gleichen Polarisatorstellungen vor den beiden Detektoren die Zählraten für alle Polarisierungen in etwa identisch waren. Dies war bei einer Position von  $7^\circ$  für die Halbwellenplatte am besten gegeben. Nachdem der Bell-Zustand erzeugt wurde, haben wir Koinzidenzen gemessen, wobei ein Polarisator auf die Winkel  $\beta=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  und der andere (Winkel  $\alpha$ ) in  $20^\circ$ -Schritten im Bereich  $0^\circ$ - $360^\circ$  eingestellt wurde. Bei jeder Polarisatorstellung wurden nacheinander drei 10 s - lange Messungen durchgeführt. Anschließend wurden die drei Messwerte



pro Polarisationsstellung arithmetisch gemittelt und für jeden Winkel  $\beta$  grafisch dargestellt (Abb. 7).

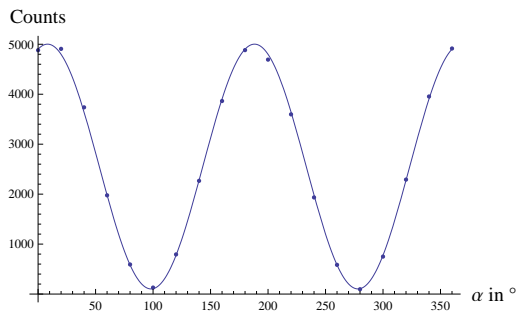


Abbildung 3: Koincidenzwerte für  $\beta=0^\circ$ .

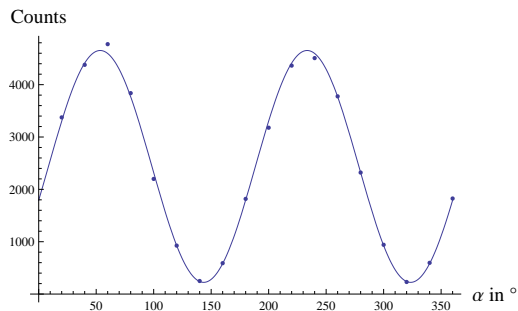


Abbildung 4: Koincidenzwerte für  $\beta=45^\circ$ .

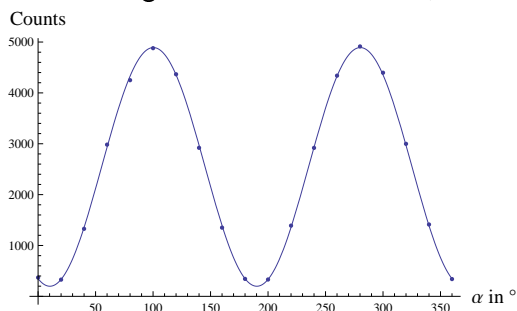


Abbildung 5: Koincidenzwerte für  $\beta=90^\circ$ .

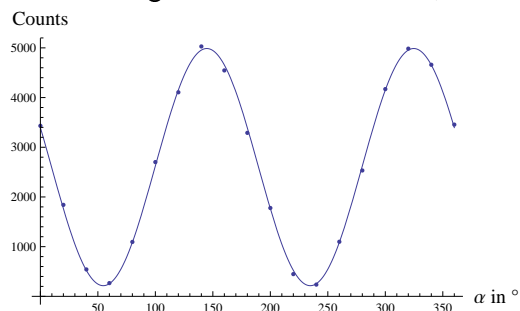


Abbildung 6: Koincidenzwerte für  $\beta=135^\circ$ .

Abbildung 7: Koincidenzwerte für verschiedene Polarisationsstellungen. Messzeit pro Einstellung beträgt drei mal je 10 s.

An die Messwerte wurde eine Funktion der Form  $N(\alpha) = a \cos\left(\frac{\pi\alpha}{180^\circ} + b\right)^2 + c$  angenähert. Die Fitparameter mit den Standardabweichungen wurden automatisch von Wolfram Research Mathematica bestimmt und sind in der Tabelle 1 dargestellt.

$\beta$	a	b	c
$0^\circ$	$4899.44 \pm 33.07$	$-0.14385 \pm 0.00352$	$102.858 \pm 21.055$
$45^\circ$	$4428.73 \pm 50.47$	$96.4559 \pm 0.0057$	$223.783 \pm 30.892$
$90^\circ$	$4692.34 \pm 22.31$	$1.39192 \pm 0.00247$	$198.861 \pm 13.302$
$135^\circ$	$4772.2 \pm 42.06$	$-2.52585 \pm 0.00424$	$214.681 \pm 25.873$

Tabelle 1: Fitparameter der Koincidenzenfunktion. Standardabweichungen wurden automatisch bestimmt.

Aus den Fitparametern berechnen wir den Michelson-Kontrast nach folgender

Formel.

$$\eta = \frac{a}{a + 2c}$$

$$\Delta\eta = \frac{2}{(a + 2c)^2} \sqrt{c^2 \Delta c^2 + a^2 \Delta a^2}$$

$\beta$	$\eta$
0°	0.9597 ± 0.0124
45°	0.9082 ± 0.0188
90°	0.9218 ± 0.0081
135°	0.9175 ± 0.0148

Tabelle 2: Michelson-Kontrast berechnet aus den Fitparametern. Der Fehler wurde nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung bestimmt.

Der Michelson-Kontrast macht eine Aussage über den Grad der Verschränkung. In unserem Fall beträgt der Verschränkungsanteil etwa 90-96 %, dementsprechend lässt sich schon jetzt sagen, dass der Bell-Wert deutlich unter dem maximalen Wert von  $2\sqrt{2}$  liegen wird.

Für die Berechnung des Bell-Wertes benötigen wir Koinzidenzwerte zu bestimmten Winkelkombinationen, deswegen setzen wir die entsprechenden Winkel in die bereits berechneten Fitfunktionen ein und berechnen sie (Tab. 3).

$\beta / \alpha$	22.5°	67.5°	112.5°	157.5°
0°	4705±60	1383±45	400±15	3722±30
45°	3479±45	4393±90	1397±67	484±22
90°	410±10	3518±19	4679±39	1572±30
135°	1571±56	448±19	3630±38	4753±77

Tabelle 3: Gerundete Koinzidenzen  $N(\alpha, \beta)$ , die aus den Fitfunktionen berechnet wurden. Der Fehler wurde berechnet in dem in den Fitfunktionen alle Fitparameter um die jeweilige Standardabweichung verschoben wurden.

Mit den Koinzidenzwerten für verschieden Winkel können wir den Bell-Wert S nach folgenden Beziehungen berechnen.

$$E(\alpha, \beta) = \frac{N(\alpha, \beta) + N(\alpha + 90^\circ, \beta + 90^\circ) - N(\alpha, \beta + 90^\circ) - N(\alpha + 90^\circ, \beta)}{N(\alpha, \beta) + N(\alpha + 90^\circ, \beta + 90^\circ) + N(\alpha, \beta + 90^\circ) + N(\alpha + 90^\circ, \beta)}$$

$$S = E(\alpha, \beta) - E(\alpha, \beta + 90^\circ) + E(\alpha + 90^\circ, \beta) + E(\alpha + 90^\circ, \beta + 90^\circ)$$

Durch das einsetzen von Werten bekommt man  $S = 2.487 \pm 0.016$  raus. Damit wurde die Bellsche Ungleichung  $S \leq 2$  verletzt.

Der Fehler für S wurde nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung ausgehend von den einzelnen Unsicherheiten von N berechnet.

### 3.4 Bell-Wert aus direkten Messwerten

In diesem Teil des Versuches haben wir die Koinzidenzen zu den Kombinationen der Winkel  $\alpha = 22.5^\circ, 67.5^\circ, 112.5^\circ, 157.5^\circ$  und  $\beta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ , die wir im vorherigen Abschnitt noch aus den Fitfunktionen berechnet haben, direkt gemessen (Tab. 4).

$\beta \ \alpha$	$22.5^\circ$	$67.5^\circ$	$112.5^\circ$	$157.5^\circ$
$0^\circ$	4766	1416	427	3651
$45^\circ$	3518	4434	1356	489
$90^\circ$	449	3532	4585	1564
$135^\circ$	1331	436	3733	4702

Tabelle 4: Mittelwert aus fünf Koinzidenzmessungen pro Polarisatorwinkeleinstellung.  $\Delta N$  wurde mit  $\sqrt{N}$  angenommen.

Analog zum vorherigen Abschnitt berechnet sich der Bell-Wert zu  $S = 2.517 \pm 0.015$ .

Der Fehler für S wurde nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung ausgehend von den einzelnen Unsicherheiten von N berechnet.

## 4 Fazit

Auf den ersten Blick konnten wir Erwin Schrödinger verteidigen und EPR in die Schranken verweisen, denn wir haben eine Verletzung der Bellschen Ungleichung festgestellt. Doch wie bereits zuvor erwähnt, ist dieser Versuch leider nicht frei von Schlupflöchern, denn die Lokalität ist nicht gegeben.

Aber vollkommen unabhängig davon ist dieser Versuch von seinem theoretischen und auch wissenschaftlich-historischen Hintergrund äußerst interessant und die Tatsache, dass generell zur Bellschen Ungleichung auch heute noch teils sehr aufwändige Experimente durchgeführt werden, machen ebenfalls einen gewissen Reiz aus.

## 5 Quellen

### Literatur

- [1] Anleitung zum Versuch 4.2
- [2] Literaturliste zum Versuch 4.2

## 6 Eigenständigkeitserklärung

Wir versichern hiermit, dass wir die vorliegende Ausarbeitung selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt haben. Die Stellen, die anderen Werken dem Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen wurden, haben wir durch die Angabe der Quelle kenntlich gemacht.

Darmstadt, 31.07.2011

Carl Böhmer, Maxim Singer