

---

# Lebensdauer von Positronen in Materie

---



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

---

---

## Inhaltsverzeichnis

---

<b>1</b>	<b>Vorbereitung</b>	<b>3</b>
1.1	Vorbemerkung . . . . .	3
1.2	Entstehung des Positrons . . . . .	3
1.3	Wechselwirkung der Positronen mit Materie . . . . .	4
1.4	Nachweis der Positronen . . . . .	4
1.5	Messelektronik . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Durchführung und Auswertung</b>	<b>9</b>
2.1	Impulshöhenspektrum . . . . .	9
2.2	Einstellung der CFDD . . . . .	10
2.3	Zeiteichung . . . . .	10
2.4	Zufällige Koinzidenzen . . . . .	13
2.5	Bestimmung der Lebensdauer von Positronium in Aluminium . . . . .	13
2.6	Bestimmung der Lebensdauer von Ortho- bzw. Para-Positronium in Teflon . . . . .	14
2.7	Kommentar zur Bestimmung der eigentlichen Zerfallsfunktion . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Fazit</b>	<b>18</b>

---

## Erklärung zur Eigenständigkeit

---

Hiermit versichern wir das vorliegende fortgeschrittenen Praktikum ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Johan Eggers

Nils Griebe

---

## 1 Vorbereitung

---

### 1.1 Vorbemerkung

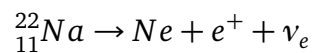
---

In diesem Versuch soll die Lebensdauer des Positrons untersucht werden. Dies ist das Antiteilchen des Elektrons, hat also dessen entgegengesetzte Ladung, bei gleichem Spin und gleicher Masse. Da die Lebensdauer sehr kurz ist, wird eine gut durchdachte Messelektronik verwendet werden.

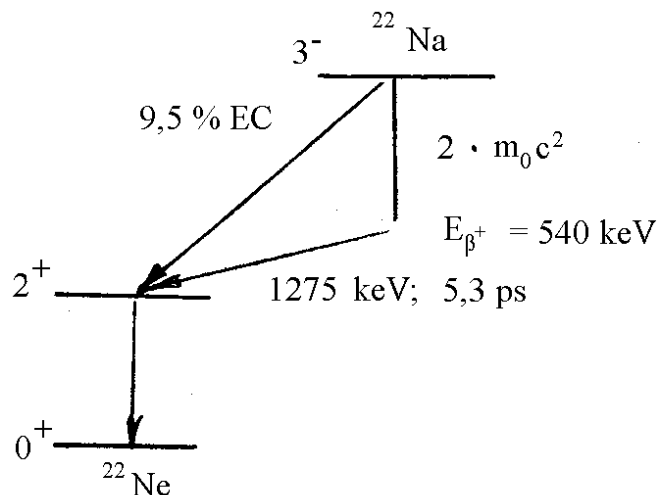
### 1.2 Entstehung des Positrons

---

Die im Versuch verwendeten Positronen werden durch den  $\beta^+$ Zerfall von  $^{22}\text{Na}$  erzeugt. Beim  $\beta^+$  Zerfall zerfällt ein Proton in ein Positron, ein Neutron sowie ein Elektron-Neutrino. Die Reaktionsgleichung in unserem Fall sieht also wie folgt aus:



Das zugehörige Zerfallsschema:



**Abbildung 1.1:** Zerfallsschema von  $^{22}\text{Na}$   
Quelle: Versuchsanleitung

---

Man sieht also, dass der Positronenzerfall nur zu  $(100-9.5) \% = 90.5 \%$  auftritt. Das Positron hat dabei mit 540keV eine sehr hohe kinetische Energie. Das Na befindet sich nach dem Positronenzerfall außerdem in einem angeregten Zustand mit einer Lebensdauer von  $\tau = 5.3ps$ . Es zerfällt unter Aussendung eines Gamma-Quants mit der Energie von 1275 keV in den Grundzustand.

---

### 1.3 Wechselwirkung der Positronen mit Materie

---

Positronen zerstrahlen mit Elektronen zu Gamma Quanten. Die Lebensdauer von Positronen in Materie hängt nun maßgeblich von der Elektronenkonzentration im vorliegenden Material ab. Bevor ein Positron jedoch auf diese Weise zerstrahlt geht es meistens einen gebundenen Zustand mit dem Elektron ein. Diesen Zustand nennt man allgemein Positronium. Man unterscheidet je nach Spinorientierung zwischen Parapositronium (Gesamtspin 0) und Orthopositronium (Gesamtspin 1). Elektron und Positron im Positronium zerstrahlen nun nach kurzer Zeit. Aus Gründen der Impulserhaltung zerfällt das Parapositronium nur in 2 (bzw. in 4,6 ... die Wahrscheinlichkeit nimmt jedoch drastisch mit der Anzahl der Photonen ab) entgegengerichtete Photonen, die die Energie von 511 keV haben. Das Orthopositronium muss jedoch aus der Erhaltung des Drehimpulses in mindestens 3 Photonen zerfallen. Da die Wahrscheinlichkeit für den Zerfall in 3 Photonen geringer ist als der in 2 Photonen, schlägt sich dies in der Lebensdauer der Positroniumzustände nieder: Das Parapositronium hat eine Lebensdauer von 125 ps, während das Orthopositronium eine wesentlich höherer Lebensdauer von 142 ns besitzt.

Aufgrund der hohen Wechselwirkungswahrscheinlichkeit haben Positronen in Materie eine sehr geringe Eindringtiefe. Die maximale Eindringtiefe und damit Lebensdauer kann so Aufschluss über die Elektronendichte der Materie geben. Wir erwarten für Aluminium (Metall) eine wesentlich höhere Elektronendichte als beim Teflon (welches quasi-Edelgaskonfiguration hat). So wird die Lebensdauer der Positronen in Aluminium geringer ausfallen als in Teflon.

---

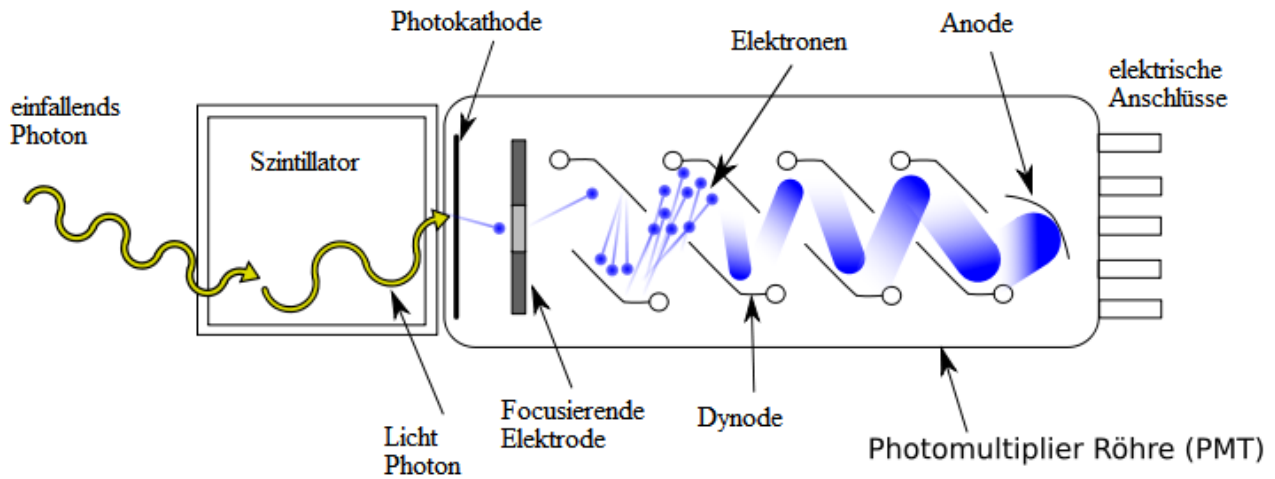
### 1.4 Nachweis der Positronen

---

Um Positronen nachzuweisen, muss man ihre Wechselwirkungen mit Materie nachweisen, also die Photonenstrahlung, die beim Zerfall der verschiedenen Positronium-Zustände auftritt. In unserem Fall, also der Verwendung des Na als Positronenstrahler kann man durch Nachweis des Abregungsphotons des angeregten Ne die Entstehung eines Positrons feststellen. Man muss also Gammaquanten der Energie von 511keV bis 1275 keV detektieren können. Dies geschieht mit einem Szintillationsdetektor.

Das Prinzip des Szintillationszählers ist, dass einfallende Gammastrahlung die Elektronen über Comptoneffekte anregen, diese kurz danach jedoch wieder in ihren Ausgangszustand zurückfallen und dabei niederenergetische Gammastrahlung freisetzen, die beim Auftreffen auf

eine nachgeschaltete Photokathode Elektronen freisetzt, welche über eine angelegte Spannungsdifferenz beschleunigt werden. Die Beschleunigung erfolgt durch eine geschickte Spannungsteilerschaltung. Der Aufbau ist im folgenden Bild zu sehen:



**Abbildung 1.2:** Photomultiplier

Quelle:upload.wikimedia.org

Einige der Photoelektronen werden durch eine Spannungsdifferenz zur Photokathode zur ersten Dynode beschleunigt. Dort schlagen diese weitere Elektronen heraus, die zur 2. Dynode beschleunigt werden. Dies führt man mit vielen hintereinandergeschalteten Dynoden durch, wodurch eine hohe Vervielfachung des ursprünglichen Photons erreicht wird (Kaskade). (einige Photoelektronen werden von der Kathode natürlich auch direkt zu einer Kathode höhere Ordnung beschleunigt).

Die Annahme ist nun, dass die Anzahl der ausgelösten niederenergetischen Photonen nach dem Comptoneffekt proportional zur hohen Energie der einfallenden Gamma-Quanten ist. Der Energieverlauf der in den Kristall eindringenden Photonen wird durch Comptonkanten beeinflusst: Es gibt einen maximalen Impuls bzw. Energieübertrag des hochenergetischen Gamma-Quants auf die Elektronen, welchen man als Compton-Kante bezeichnet. Die Compton-Kante ist folgendermaßen parametrisiert:

$$E_{max_e} = \frac{2E_\nu^2}{m_e c^2 + 2E_\nu}$$

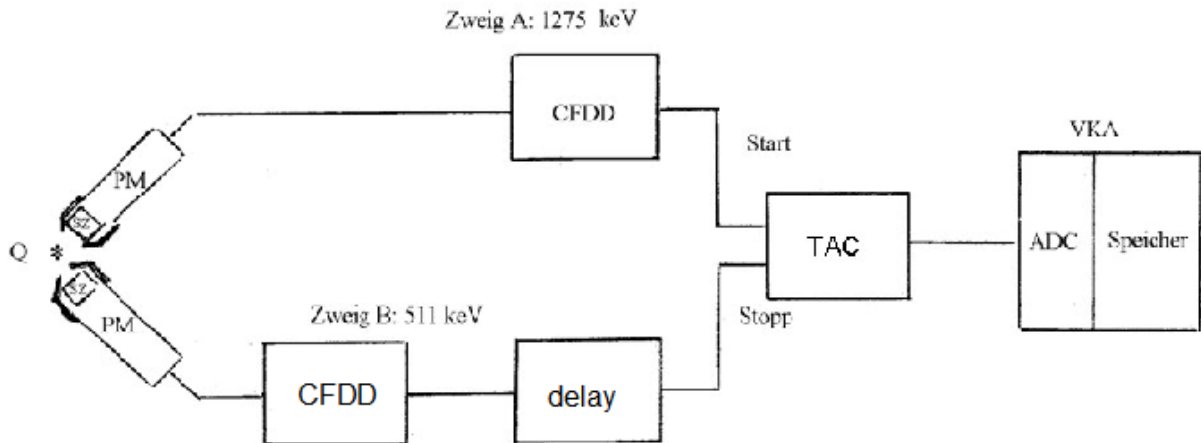
Aus der Lage der Comptonkanten lässt sich also die Energie der einfallenden hochenergetischen Photonen berechnen, bzw. die Szintillator-Photomultiplier Kombination eichen.

In unserem Versuch verwenden wir einen Plastikszintillator. Diese zeichnen sich durch einfache Herstellung und ein sehr schnelles Ansprechen bzw. kleine Abklingzeit (ca. 2-5 ns) und einer weniger guten Energieauflösung aus. Die Abregungsstrahlungen des Szintillators erfolgt

natürlich nicht gleichzeitig sondern in einem Intervall. Da wir in dem Versuch größtenteils Zeitdifferenzen messen, ist das schnelle Abklingen wichtig.

## 1.5 Messelektronik

Die Versuchsschaltung ist im folgenden Schaubild dargestellt:



**Abbildung 1.3:** Versuchsaufbau  
Quelle: Versuchsanleitung

Die Abkürzungen sind wie folgt definiert:

Q Quelle

PM Photomultiplier

delay Verzögerungsleitung

CFD Constant Fraction Discriminator

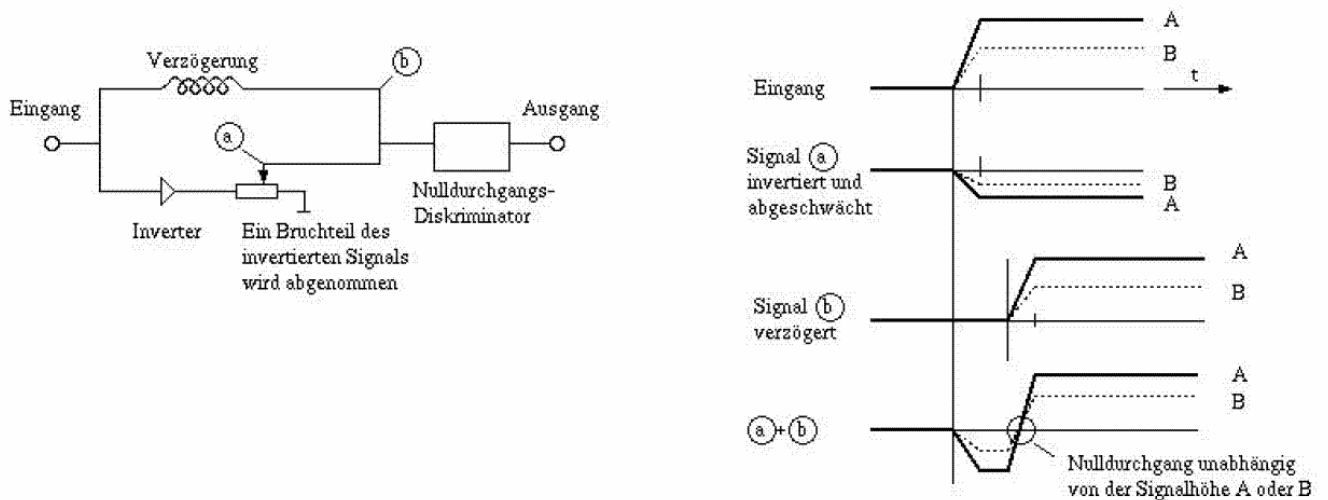
TAC Time-to-Amplitude-Converter

ADC Analog-Digital-Converter

VKA Vielkanalanalysator

Mit diesem Aufbau wird im oberen Kanal die Entstehung eines Positrons nachgewiesen, da hier das entsprechende Photon (1275 keV) detektiert wird. Im unteren Kanal weist man das Zerstrahlen eines Positroniums nach; also die Vernichtung eines Positrons. Aus der Zeitdifferenz kann man nun also Aussagen über die Lebensdauer machen. Die leicht gekippte Anordnung der Szintillatoren begründet sich in der damit erreichten Vermeidung von Rückstreuungseffekten.

Die Ausgangssignale der Photomultiplier durchlaufen zuerst einen Constant Fraction Discriminator. Dieser ist erforderlich um dem "verschmierten" Ausgangssignal aufgrund der hohen Abkling und Ansprechzeiten einen eindeutigen Signalzeitpunkt zuzuordnen. Dies könnte durch das Ausgeben eines scharfen Signals bei Überschreiten eines bestimmten Schwellwertes liegen (Leading Edge Discriminator). Dabei würde es jedoch zu einem "time-walk" Effekt kommen. Für verschiedene Steilheit des Signalanstiegs bzw. Signalhöhen würde das scharfe Ausgangssignal ebenfalls zu verschiedenen Zeiten ausgelöst werden. Diesen Effekt hat man beim CFD nicht. Die Schaltung eines CFD ist im folgenden zu sehen:



**Abbildung 1.4:** Funktionsweise eines CFD  
Quelle:www-linux.gsi.de

Das in diesem Fall positive Eingangssignal wird also in einem 2. Kanal abgeschwächt und invertiert. Das Ausgangssignal wird im 1. Kanal abgeschwächt und verzögert. Überlagerung beider Kanäle ergibt dann ein Ausgangssignal dessen Nulldurchgang unabhängig von der Signalhöhe und der Anstiegszeit ist. Die Anstiegszeiten des Photomultiplier Signals können jedoch auch als hinreichend konstant angenommen werden. Der CFD kann nun so eingestellt werden, dass er nur Impulse ab einer bestimmten Schwelle verarbeitet. Nur so ist es möglich in einem Zweig der Messelektronik nur Photonen mit 511keV und im anderen Zweig mit 1275 keV konstruktiv herauszufiltern.

Dann wird das Signal des Vernichtungsphotons (unterer Zweig) verzögert, so erreicht man einen Offset in der Lebensdauermessung, der später jedoch abgezogen werden muss. Nun werden beide Signale, also Positronsentstehungs und Zerstrahlungssignal, an einen Time to Amplitude Converter (TAC) geführt. Der TAC arbeitet sauber wenn die Zeitdifferenzen zwischen



---

Start- und Stoppsignal nicht zu klein sind, um dies zu erreichen, wurde die Verzögerung über das delay-Modul eingebaut. Die Lebensdauer des Positrons ist nun also linear in der Amplitude des TAC-Ausgangs vorhanden ( - Offset durch delay). Dieses wird noch digitalisiert (ADC) und in den PC-Speicher übergeben.

---

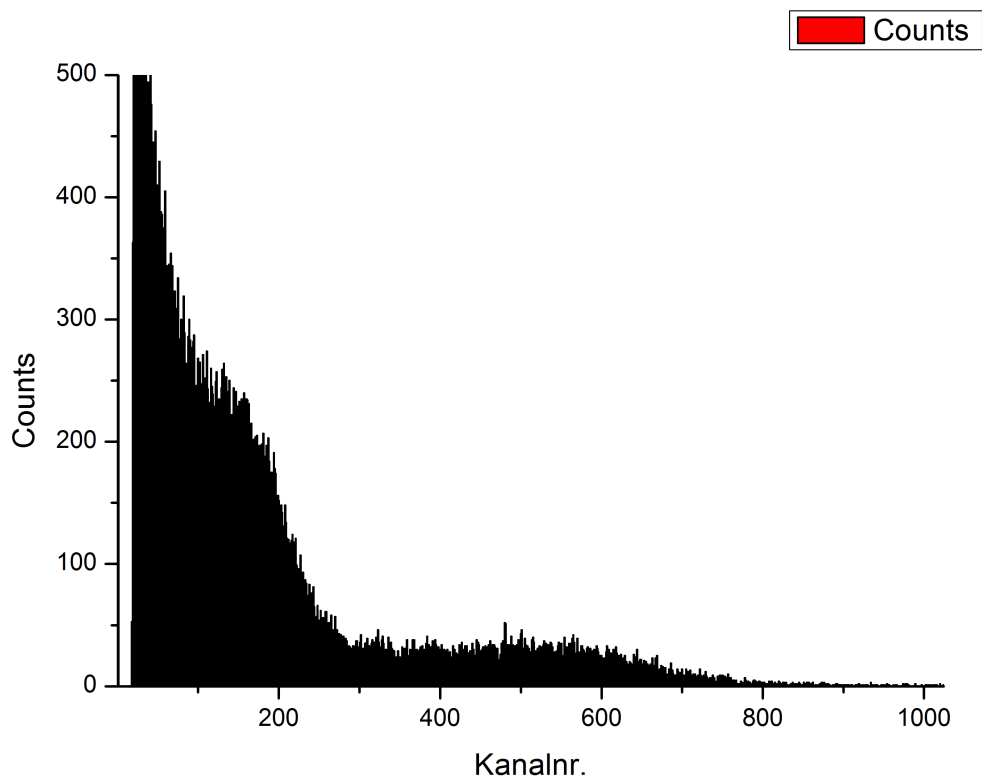
## 2 Durchführung und Auswertung

---

### 2.1 Impulshöhenspektrum

---

Die mit Aluminium ummantelte  $^{22}\text{Na}$  Quelle wurde zwischen die beiden Szintillationskristalle eingesetzt. Nun wurde am Slow-Ausgang eines Szintillators mit Photomultiplier über einen Verstärker und ADC die Energie der einfallenden Photonen für einige Minuten aufgezeichnet. Der Slow-Ausgang ist der Anschluss einer Dynode hoher Ordnung, d.h. die Elektronenkaskade ist relativ stark ausgeprägt, weswegen die Energiemessung mit größerer Präzision möglich ist, jedoch ist die zeitliche Auflösung aufgrund des längeren Wegs durch den Photomultiplier schlechter als beim Fast-Ausgang, also einem Dynodenanschluss geringerer Ordnung. Da beim Energieverlauf die Zeitauflösung der Impulse, da sowieso über mehrere Minuten gemessen wird, relativ unwichtig ist und eher die Energieschärfe wichtig ist, benutzt man den Slow-Ausgang. Der Energieverlauf der einfallenden Photonen in den Szintillationskristall ist nun in folgenden Graphen wiedergegeben:



**Abbildung 2.1:** Counts aufgetragen gegen Kanalnr. (Maß für die Energie der Photonen)

---

Zuerst fällt die hohe Anzahl an Ereignissen an niederenergetischer Gamastrahlung auf. Dies ist die Untergrundstrahlung der Umgebung.

Außerdem kann man ungefähr die beiden Comptonkanten der Positronentstehung und Vernichtungsstrahlung lokalisieren. Wie bereits erwähnt gilt für die Comptonkante:

$$E_{max_e} = \frac{2E_\nu^2}{m_e c^2 + 2E_\nu}$$

Bei der Entstehung gilt  $E_\nu = 1275\text{keV}$  bei der Vernichtung gilt:  $E_\nu = 511\text{keV}$ , dies führt auf eine Comptonkante bei der Entstehung bei 1062 keV, bei Vernichtung 340 keV. Die Comptonkante des Vernichtungsstrahls kann bei einer Kanalnr. von ca. 150 lokalisiert werden, die Kante des Entstehungsstrahls kann man bei ca. dem 3 (ca.  $\frac{1062}{340}$ ) fachen Wert der Kanalnr. der Comptonkante des Vernichtungspeaks, also 550 lokalisieren. Das Energiespektrum entspricht also dem theoretisch erwarteten Verlauf.

---

## 2.2 Einstellung der CFDD

---

Um unseren Versuch durchführen zu können, muss die Schwelle ab der die CFDDs ansprechen auf einen passenden Wert eingestellt werden. Hierfür nehmen wir in beiden Fällen ein Oszilloskop zur Hilfe, auf dessen Eingänge wir das Eingangssignal des Detektors, sowie das Ausgangssignal des Diskriminators legen. Zuerst triggert man auf das Ausgangssignal des Detektors und versucht sich durch die Häufigkeiten der verschiedenen Peaks zu verdeutlichen wie die Energieverteilung aussieht. Für das Startsignal muss die Schwelle so gelegt werden, dass die Comptonkante des 511keV Photons nicht weiterverarbeitet wird. Durch Abschätzen der Häufigkeiten lässt sich nun relativ gut feststellen, welche Amplitude die Signale haben sollten, die die Diskriminatorschwelle übersteigen. Nun triggert man auf das vom Diskriminator ausgegebene Signal und dreht die Schwelle so hoch, dass nur noch Signale übrigbleiben, deren Amplitude einer Energie zuzuordnen ist, die größer ist als die Comptonkante des 511 keV Photons. Für das Stoppsignal ist die Aufgabe nun wesentlich einfacher. Die Schwelle muss nun so eingestellt werden, dass das Rauschen unterdrückt wird. Alle Ereignisse die nicht unterdrückt werden sollten dann wahrscheinlich entweder durch das 511keV Photon oder das 1275keV Photon ausgelöst worden sein.

---

## 2.3 Zeiteichung

---

Zur Zeiteichung bauen wir den Versuch auf, wie es oben bereits im Abschnitt Messelektronik beschrieben wurde, (als Quelle wird eine mit Aluminium ummantelte  $^{22}\text{Na}$ -Probe verwendet) und

stellen die Zeitverzögerung nacheinander auf 3 verschiedene Werte ein (In unserem Fall 32ns, 40ns, 48ns), wobei wir für die Einstellungen 32ns und 48 ns jeweils eine ca. 15-minütige Messung durchführen und für die Verzögerung von 40ns eine wesentlich länger messen, da wir hier eine möglichst gute Statistik benötigen um die Lebensdauerauswertung für Aluminium durchzuführen. Aus den Messreihen für diese 3 Verzögerungen wird nun die Zeiteichung bestimmt, indem man an jeden Datensatz die Funktion  $f(x) = A \cdot e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-x_s}{\sigma})^2}$  anfittet. Durch Anfitten an die Datensätze erhält man nun folgende Werte

$\Delta t$	$x_s$	$\Delta x_s$	$\sigma$	$\Delta \sigma$
32ns	341.88	0.13	20.411	0.28
40ns	443.73	0.032	17.32	0.064
48ns	547.415	0.15	18.34	0.317

Nun fittet man noch die Funktion  $t(x) = A + B \cdot x$  an, die durch  $\Delta t$  und  $x_s$  gegebene Kurve und erhält auf diese Weise die Zeiteichung.

Da  $\sigma$  nun für jeden Datensatz die Breite der zugrunde liegenden Verteilung darstellt, kann man ihn mit der Zeitauflösung gleichsetzen. Alternativ könnte man hierfür auch die FWHM verwenden. Das Anfitten von  $t(x)$  an die obigen Daten liefert nun  $t(x) = 5.41 + 0.07784 \frac{ns}{Kanal} \cdot x$  wobei  $x$  den Kanal angibt. Wirft man nun einen Blick auf die obere Tabelle erkennt man, dass die zeitliche Auflösung ungefähr bei 20 Kanälen liegt, dies ergibt ein Auflösung von 1.5568 ns (wahrscheinlich liegt die eigentliche Zeitauflösung bei rund 17.32 Kanälen da in dieser Messreihe die meisten Ereignisse aufgenommen wurden). Nachfolgend sind nun noch die einzelnen Messreihen, sowie die Zeiteichung geplottet.

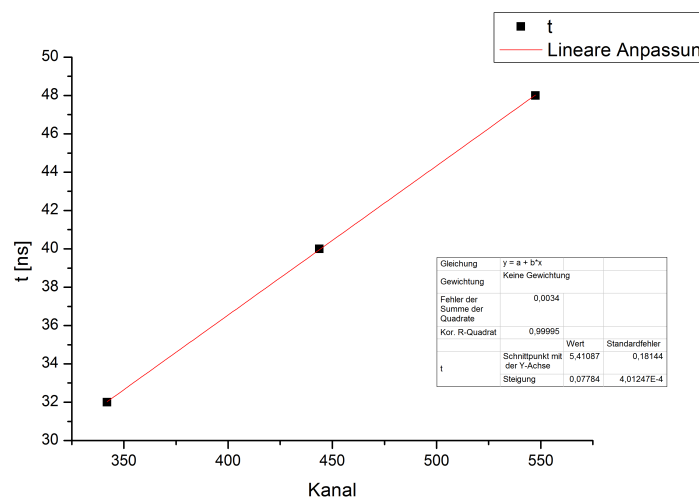


Abbildung 2.2: Zeiteichung

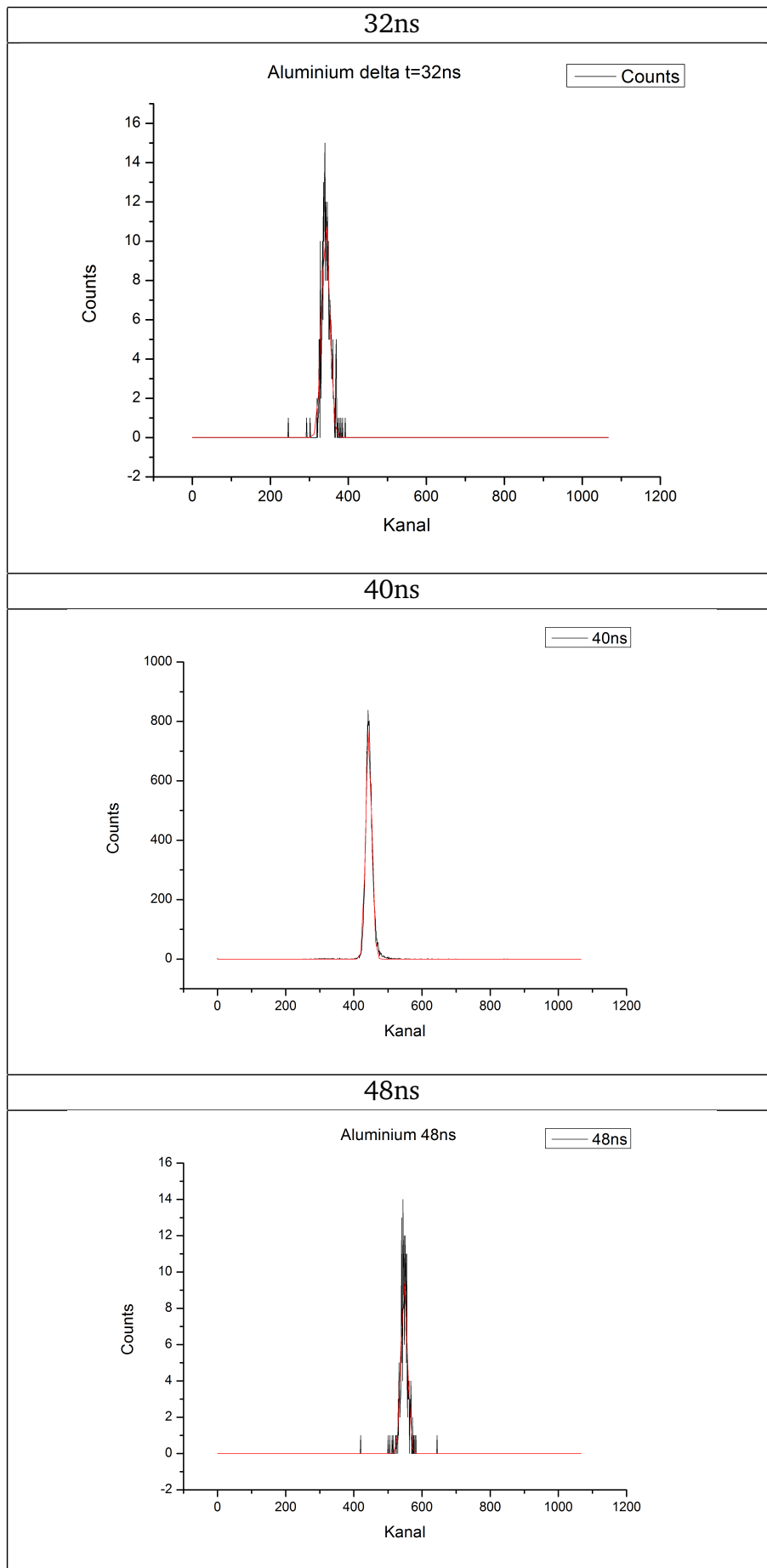


Abbildung 2.3: Counts aufgetragen gegen Kanal für verschiedene Verzögerungen

---

## 2.4 Zufällige Koinzidenzen

---

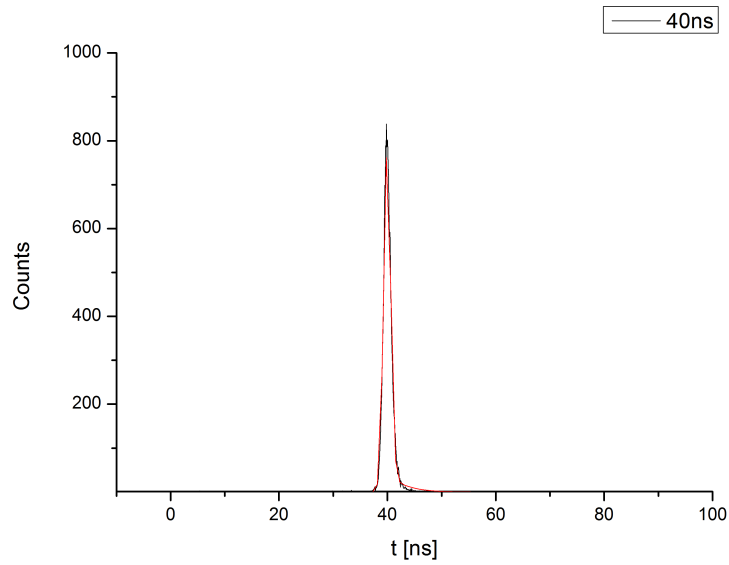
Die durchschnittliche Anzahl der zufälligen Koinzidenzen wird durch die mittlere Anzahl an Counts pro Kanal im oberen und unteren Ende des Spektrums bestimmt. Die Mittelung der Ereignisse erfolgt nun im unteren Intervall  $[0,410]$  und im oberen Intervall  $[500,1024]$ . Dabei ergibt sich für die 40ns-delay Aluminium-Datenaufnahme eine durchschnittliche zufällige Koinzidenz von 0.44/ Kanal. Da das Maximum der Verteilung bei über 800 Ereignissen liegt, bei einer Breite von  $2 \cdot 17$  Kanälen, würden die relative Anzahl der zufälligen Ereignisse im betrachteten Intervall weitgehend unter 1 % liegen. Infolgedessen können die zufälligen Koinzidenzen vernachlässigt werden.

---

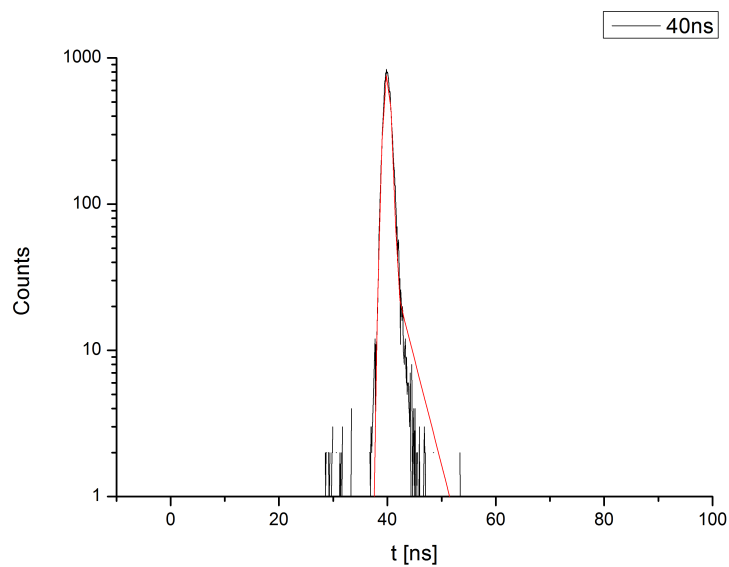
## 2.5 Bestimmung der Lebensdauer von Positronium in Aluminium

---

Hierfür verwendet man die Messreihe mit 40ns Verzögerung, die schon für die Zeiteichung benutzt wurde. Jedoch fittet man nun an diese Daten die Funktion  $f(x) = \theta(x - x_s) \cdot A \cdot e^{-\frac{x-x_s}{\tau}} + B \cdot e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-x_s}{\sigma})^2}$  an, wobei  $\theta$  die Heaviside-Funktion repräsentiert. Der Term  $\theta(x - x_s) \cdot A \cdot e^{-\frac{x-x_s}{\tau}}$  soll hierbei den exponentiellen Zerfall des Positroniums beschreiben. Eigentlich müssten 2 Terme dieser Art existieren, da Ortho- und Para-Positronium unterschiedliche Halbwertszeiten haben. Es wird sich jedoch herausstellen, dass die gemessene Zerfallskonstante im Bereich des zeitlichen Auflösungsvermögens liegt, und es deswegen ausgeschlossen ist 2 exponentielle Zerfälle anzufitten, wobei der jetzt nicht berücksichtigte Zerfall wohl dann dem Parapositronium zugeordnet werden müsste, dessen Halbwertszeit dann aber sehr viel kleiner als das zeitliche Auflösungsvermögen unserer Messapparatur wäre und deswegen wohl kaum ins Gewicht fällt. Der Fit liefert für  $\tau$  den Wert  $(3.0 \pm 0.28)ns$ , obwohl der eigentliche Fehler wahrscheinlich größer ist, da der exponentielle Anteil der im logarithmischen Plott im Nachfolgenden als Gerade zu sehen ist, die experimentellen Daten nicht gut trifft. Aus der nachfolgenden Darstellung erkennt man ebenfalls, dass der Datenbereich, in dem noch Ereignisse dedektiert wurden und in dem die exponentielle Verteilung des radioaktiven Zerfalls dominiert, so kurz ist und so wenige Ereignisse enthält, dass es praktisch nicht möglich, ist einen signifikanten Wert für  $\tau$  zu bestimmen. Wäre das zeitliche Auflösungsvermögen besser, wäre der oben genannte Bereich in dem die exponentielle Verteilung dominiert größer und wäre folglich besser zur Bestimmung der Lebensdauer geeignet.



**Abbildung 2.5:** Counts gegen t aufgetragen in linearer Skala



**Abbildung 2.4:** Counts gegen t aufgetragen in logarithmischer Skala

---

## 2.6 Bestimmung der Lebensdauer von Ortho- bzw. Para-Positronium in Teflon

---

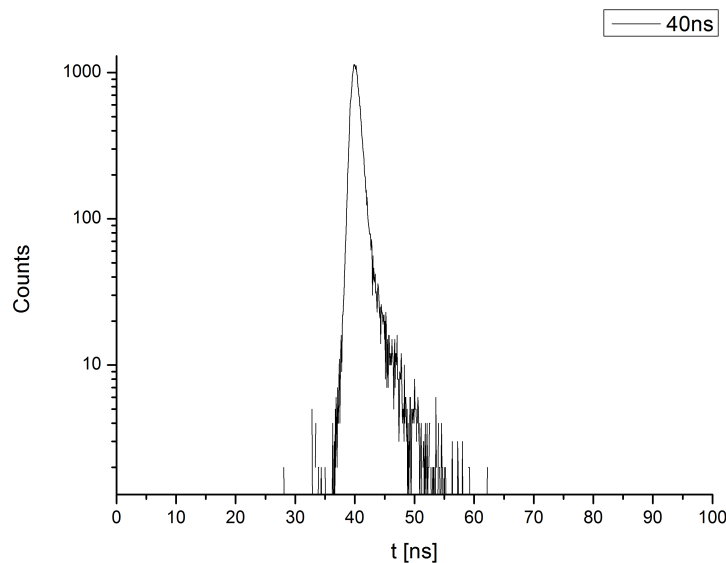
Um diese Lebensdauer zu bestimmen nimmt man, wie bei der Zeiteichung, nun eine Messreihe für eine Verzögerung von 40ns auf, wobei nun eine mit Teflon ummantelte  $^{22}\text{Na}$  Probe

---

als Quelle verwendet wird. An den resultierenden Datensatz wird nun die Funktion  $f(x) = (A_1 \cdot e^{-\frac{x-x_s}{\tau_1}} + A_2 \cdot e^{-\frac{x-x_s}{\tau_2}})$  angefitet, wobei  $\tau_1$  und  $\tau_2$  die mittleren Lebensdauern von Ortho- bzw. Para-Positronium in Teflon angeben. Hierbei ist zu beachten, dass man für den Fit nicht den kompletten Datensatz wählt, sondern nur den Bereich, in dem die exponentiellen Zerfälle gegenüber der Gaußverteilung dominieren (diesen Datenbereich kann man mit Blick auf die einfach logarithmische Auftragung Counts gegen Zeit wählen). Mit  $\frac{\tau_1 A_1}{\tau_2 A_2}$  ist sogar das Verhältnis von entsendetem Para- zu Ortho-Positronium gegeben (dies sollte nach Theorie 3 bzw.  $\frac{1}{3}$  sein). Dieser Zusammenhang lässt sich relativ einfach herleiten:

Sei  $N_{Ortho}(t) = N_{Ortho t_0} \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau_{Ortho}}}$  bzw.  $N_{Para}(t) = N_{Para t_0} \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau_{Para}}}$  die Zahl der Ortho- bzw. Para-Positronium-Atome in Abhängigkeit von der Zeit. Da in diesem Versuch der Zerfall dieser Kerne gemessen wird, wird nur die zeitliche Änderung dieser Anzahl bestimmt (dies erhält man durch Differenzieren nach der Zeit). Würde man nun das Verhältnis der oben eingeführten Koeffizienten  $\frac{A_1}{A_2}$  bilden, entspräche dies  $\frac{\dot{N}_{Ortho}(t)}{\dot{N}_{Para}(t)} = \frac{N_{Ortho t_0} \cdot \tau_{Para}}{N_{Para t_0} \cdot \tau_{Ortho}} \Leftrightarrow \frac{\dot{N}_{Ortho}(t) \cdot \tau_{Ortho}}{\dot{N}_{Para}(t) \cdot \tau_{Para}} = \frac{N_{Ortho t_0}}{N_{Para t_0}}$ . Dies entspricht aber gerade  $\frac{\tau_1 A_1}{\tau_2 A_2}$  bzw.  $\frac{\tau_2 A_2}{\tau_1 A_1}$ .

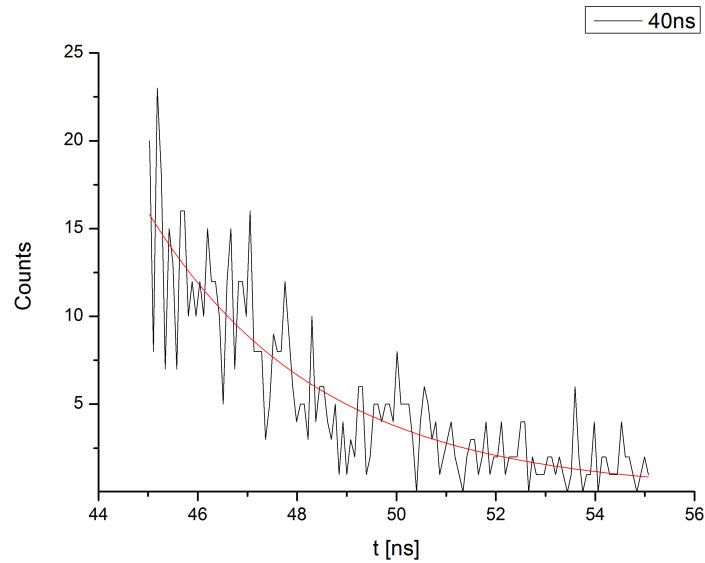
Nachfolgend ist der Plot der Daten in Logarithmischer Darstellung abgedruckt:



**Abbildung 2.6:** Plot Counts über t in ns in Teflon

Hier ist nun ein Übergang vom von der gaußschen Glockenkurve dominierten Bereich zum durch den exponentiellen Zerfall dominierten Bereich zu erkennen. Um die Lebensdauer zu bestimmen werden nachfolgend die Werte, die in 45ns bis 55ns liegen verwendet. Dies liefert nun folgenden Plot:





**Abbildung 2.7:** Plot Counts über t in ns in Teflon im Bereich 45ns-55ns

Es war jedoch nicht möglich zwei unterschiedliche exponentielle Zerfälle einzufitten, sondern lediglich einen. Dies ergab eine Lebensdauer von  $\tau = (3.44 \pm 0.23)ns$  der tatsächliche Fehler ist aber wahrscheinlich deutlich größer, da das Ergebnis maßgeblich davon beeinflusst wird wie der für den Fitt relevante Bereich gewählt wurde. Da es nun nicht möglich war 2 Lebensdauern und zwei Koeffizienten  $A_1$  und  $A_2$  zu bestimmen, kann keine Aussage über das Verhältnis  $\frac{N_{Ortho}}{N_{Para}}$  getroffen werden.

---

## 2.7 Kommentar zur Bestimmung der eigentlichen Zerfallsfunktion

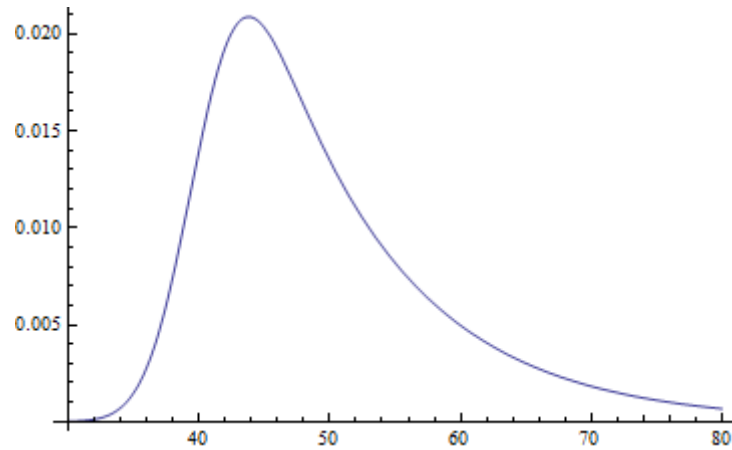
---

Im Abschnitt “Bestimmung der Lebensdauer von Positronium in Aluminium” wurde die Zerfallsfunktion  $f$  durch die Summe einer gaußschen Glockenkurve und einer exponentiellen Funktion multipliziert mit einer Heaviside-Funktion dargestellt. Dieser Ansatz ist eigentlich nicht richtig. Eine korrekte Bestimmung der Funktion  $C(t)$  soll hier durchgeführt werden:

$$g_{\sigma, t_s}(t) = A \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-t_s}{\sigma}\right)^2}: \text{Gaußsche Glockenkurve}$$

$f_{\tau}(t) = B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \theta(t)$  : exponentieller Zerfall;  $\theta(t)$  ist deswegen eingefügt, da kein Zerfall von Positronium vor dessen Entstehung stattfinden kann)

Diese beiden Funktionen sollen die Wahrscheinlichkeiten repräsentieren, dass die Apparatur die Zeitdifferenz  $x$  zwischen den beiden Gammaquanten misst, und die Wahrscheinlichkeit, dass der Zerfall zur Zeit  $x$  nach Bildung des Positroniums eintritt. Hierbei wird letzteres durch  $f_{\tau}(t)$  repräsentiert und alle anderen Effekte wie Ungenauigkeit der Messapparaturen, die Zeit, die zwischen Entstehen des Positrons und bilden des Positronums vergeht, sowie die im Deley eingestellte Zeitverzögerung durch  $g_{\sigma, t_s}(t)$  beschrieben. Bewirken alle für  $g$  beschrieben Effekte eine



**Abbildung 2.8:** Plot der Zerfallsfunktion aus theoretischen Überlegungen für ein Zahlenbeispiel

Zeitverzögerung  $t_1$  und der Zerfall eine Verzögerung  $t_2$ , so ist die Gesamtverzögerung  $t = t_1 + t_2$ . Die Wahrscheinlichkeitsdichte, dass die Verzögerung  $t$  eintritt ist nun offenbar gegeben durch

$$p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\tau}(t_1) \cdot g_{\sigma, x_s}(t - t_1) \cdot dt_1 = \int_0^{\infty} B \cdot e^{-\frac{x_1}{\tau}} \cdot g_{\sigma, x_s}(t - t_1) \cdot dt_1 = C \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{\sigma^2 + \tau(t_s - t)}{\sqrt{2\sigma\tau}} \right) \right)$$

(hierbei handelt es sich also nur um die Faltung von  $g_{\sigma, t_s}(t)$  und  $f_{\tau}(t)$ ), wobei  $C$  eine passende Konstante ist. Die Normierung ist bei dieser Berechnung nicht wichtig, da wir gleich von einer Wahrscheinlichkeitsdichte zu Zerfällen übergehen und die Wahrscheinlichkeitsdichte nur noch das Verhältniss zwischen den in 2 Kanälen gemessenen Counts angibt. Somit folgt  $C(t) = D \cdot e^{-\frac{x}{\tau}} \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{\sigma^2 + \tau(t_s - t)}{\sqrt{2\sigma\tau}} \right) \right)$ . Plottet man dies für eine passende Situation z.B.  $D = 1, \tau = 10ns, \sigma = 4ns, t_s = 40ns$

Anscheinend haben die theoretischen Überlegungen zu einem passenden Ergebnis geführt.

---

### 3 Fazit

---

Im Versuch wurde der Umgang mit den grundlegendsten Messelektroniken der Kernphysik erlernt. In der Auswertung konnten die theoretischen Erwartungen prinzipiell nachgewiesen werden. Leider reichten die Daten nicht aus um eine Aussage über das Verhältnis von Para- zu Orthopositronium zu treffen. Insbesondere wurde durch eine genauere Analyse klar, dass die tatsächlich praktizierte Bestimmung der Zerfallszeit, bzw. Lebensdauer, nur eine grobe Näherung darstellt, die nur wenig präzise Lebensdauerbestimmungen erlaubt. Wie gezeigt wurde, würde mit dem Anpassen einer Gaußschen Errorfunktion die Auswertung frei von ein wenig willkürlich festgelegten Intervallgrenzen sein und so Aussagen mit höherer Plausibilität möglich wären.