

Versuch zur Holographie

Johan Eggers, Nils Griebe

durchgeführt am 17.05.2010

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Vorüberlegungen	1
1.1	Einführung in die Holographie	1
1.2	Abschätzung der Anzahl schwingungsfähiger Moden	2
1.3	Interferenzkontrast	3
1.4	Interferenzkontrast bei n-Moden	4
1.5	Anzahl der verwendeten Beugungsordnungen	6
1.6	Versuchsaufbau	8
2	Versuchsdurchführung	10
3	Auswertung	12
4	Fazit	17

Erklärung zum fortgeschrittenen Praktikum

Hiermit versichern wir das vorliegende fortgeschrittenen Praktikum ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Johan Eggers

Nils Griebe

1 Theoretische Vorüberlegungen

1.1 Einführung in die Holographie

Bei der Holographie wird im Vergleich zur Photographie nicht nur die Intensität des elektromagnetischen Feldes auf dem Film gespeichert, sondern auch die Phasenbeziehung. Dies ermöglicht eine Rekonstruktion des elektromagnetischen Feldes. Dies kann nun angewendet werden, um Objekte nicht mehr nur 2-dimensional sondern 3-dimensional abzubilden. Beim Erstellen eines Hologramms wird der Strahl einer zeitlich und räumlich kohärenten Lichtquelle (Bedingung für statisches Interferenzmuster), hier ein He-Ne-Laser, in zwei Teilstrahlen aufgespalten. Der eine Teilstrahl wird als Referenzwelle verwendet, er interferiert nicht mit dem Objekt sondern dient lediglich dazu eine Phasenbeziehung herstellen zu können. Der zweite Strahl wird auf das Objekt gelenkt und wird von diesem gestreut. Teile des Gestreuten Lichts sowie der Referenzstrahl fallen nun auf die Photoplatte und interferieren miteinander. Da beide Strahlen die gleiche Wellenlänge (Kohärenz) haben, bilden sich Beugungsmaxima und Minima aus, über die die Phasenbeziehung rekonstruiert werden kann. Der Abstand der sich auf der Photoplatte abzeichnenden Interferenzstreifen, ist proportional zur Phasendifferenz zwischen Referenzwelle und der vom Objekt abgestrahlten Welle. Bei der Rekonstruktion des Hologramms wird die entwickelte Photoplatte nun wieder mit einem kohärenten Lichtstrahl beleuchtet (gleiche Wellenlänge wie der Referenzstrahl), durch die aufgezeichneten Interferenzstreifen des Hologramms, wird nun das ursprüngliche Objekt rekonstruiert, sowie ein zweites Bild. Die Position dieser beiden Bilder wird durch folgende Gleichung beschrieben ¹ :

$$\frac{1}{Z_B} - \frac{1}{Z_C} = \pm \left(\frac{1}{Z_G} - \frac{1}{Z_r} \right)$$

Z_G : Gegenstandsweite

Z_C : Krümmungsradius der Rekonstruktionswelle

Z_r : Krümmungsradius der Referenzwelle

¹Literaturmappe

1.2 Abschätzung der Anzahl schwingungsfähiger Moden

Wichtig für das Aufzeichnen der statischen Interferenzmuster auf der Photoplatte (Hologramm) ist, wie oben beschrieben, die Kohärenz des verwendeten Lichtes. Die Kohärenz ist eng korreliert mit dem Spektrum des Lichtes (im Idealfall monochromatisch). Im Folgenden wird dargelegt, inwieweit das Spektrum des Lasers aufgrund des Dopplereffektes verschmiert ist.

Da die Photonen von dem im Laser befindlichen Neongas emittiert werden, dessen einzelne Teilchen aufgrund der thermischen Energie in Bewegung sind, findet eine Dopplerverschiebung der emittierten Photonen statt. Nun nehme man an, dass die Geschwindigkeit der Gasteilchen genau in Richtung oder genau entgegen der Ausbreitungsrichtung der Photonen orientiert ist. Für eine eindimensionale Betrachtung lautet die Maxwell-Boltzmann-Verteilung ¹:

$$P(v) = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_b T}} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2k_b T}}$$

Da die thermischen Geschwindigkeiten, die in diesem Fall vorliegen, klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit sind, kann man hier die nichtrelativistische Form der Dopplerverschiebung verwenden, wobei wir hier annehmen, dass sich nur die Quelle (Das Neon Atom) bewegt. So ergibt sich für die Wellenlängenverschiebung: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \Rightarrow v = \frac{\Delta\lambda c}{\lambda}$ Wenn man nun die oben genannte Wahrscheinlichkeitsdichte $P(v)$ in eine Wahrscheinlichkeitsdichte $P(\Delta\lambda)$ umschreibt ergibt sich folgender Ausdruck:

$$P(\Delta\lambda) = P(v(\Delta\lambda)) \cdot \frac{dv}{d\Delta\lambda} = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_b T}} \cdot e^{-\frac{m(\frac{\Delta\lambda c}{\lambda})^2}{2k_b T}} \frac{c}{\lambda}$$

Nun berechne man die Halbwertsbreite der Verteilung : $P(\Delta\lambda) = P(0) \frac{1}{2} \Rightarrow e^{-\frac{m(\frac{\Delta\lambda c}{\lambda})^2}{2k_b T}} =$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 2 = \frac{m(\frac{\Delta\lambda c}{\lambda})^2}{2k_b T} \Rightarrow \Delta\lambda = \sqrt{\frac{\ln(2)2k_b T(\lambda)^2}{mc^2}}$$

$\Delta\lambda$ bezeichnet hier nur den Abstand der beiden Wellenlängen, für die die Wahrscheinlichkeitsdichte der Verteilung auf die Hälfte ihres Maximalwertes abgesunken ist von dem Scheitelwert der Verteilung λ , die Halbwertsbreite der Wellenlänge wäre also $2\Delta\lambda$ und nicht $\Delta\lambda$

Zur Berechnung nehme man nun folgende Werte an: $T = 1000K$ (T ist die Temperatur des Gases), $\lambda = 632.8nm$ (λ ist die Wellenlänge, die von einem ruhenden Neonatom emittiert wird) sowie $m = 20.18u$ (m ist die Masse eines Neonatoms)

Daraus ergibt sich $\Delta\lambda = 1.59525510^{-12}m$

Dieses $\Delta\lambda$ muss nun noch in ein $\Delta_b f$ umgerechnet werden, da $f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \Delta f_b = \frac{c}{\lambda - \Delta\lambda} - \frac{c}{\lambda + \Delta\lambda} = 2.384GHz$

Da der Abstand der schwingungsfähigen Moden in diesem Laser $\Delta f_Q = 1.364GHz$ ist ², folgt aus $\frac{\Delta f_b}{\Delta f_Q} = 1.75$ das 2 Moden schwingungsfähig sind.

¹Gerthsen: Physik

²Protokollheft

1.3 Interferenzkontrast

Wie schon gezeigt wurde, haben wir es näherungsweise mit 2 Wellen (≈ 2 Schwingungsmoden des Lasers) unterschiedlicher Frequenz sowohl im Referenz- als auch Objektstrahl zu tun. Im folgenden betrachten wir die Interferenz dieser vier ebenen Wellen, in einem Punkt der Fotoplatte.

Die Betrachtung wird unter der Annahme, dass die Referenz und Objekt Welle einer Mode jeweils die gleiche Amplitude haben, vorgenommen. Wir beschreiben diese 4 Wellen jeweils durch eine der folgenden Gleichungen:

$$E_{Ri} = A_i \cos(\omega_i t)$$

$$E_{Oi} = A_i \cos(\omega_i t + \phi_i)$$

i bezeichnet hier die jeweilige Mode, R die Referenzwelle und O die Objektwelle.

Zuerst berechnen wir die Amplitude des elektromagnetischen Feldes der Überlagerung von E_{Ri}, E_{Oi}

$$\begin{aligned} E_{Ri} + E_{Oi} &= A_i (\cos(\omega_i t) + \cos(\omega_i t + \phi_i)) \\ &= A_i (\cos(\omega_i t) + \cos(\omega_i t) \cos(\phi_i) - \sin(\omega_i t) \sin(\phi_i)) \\ &= A_i \cos(\omega_i t) (1 + \cos(\phi_i)) - A_i \sin(\omega_i t) \sin(\phi_i) \\ &= A_i \sqrt{(1 + \cos(\phi_i))^2 + \sin^2(\phi_i)} \cos(\omega_i t - \arctan(\frac{\sin(\phi_i)}{1 + \cos(\phi_i)})) \\ &= A_i \sqrt{2 + 2\cos(\phi_i)} \cos(\omega_i t - \arctan(\frac{\sin(\phi_i)}{1 + \cos(\phi_i)})) \\ &= B_i \cos(\omega_i t - \arctan(\frac{\sin(\phi_i)}{1 + \cos(\phi_i)})) \text{ mit } B_i = A_i \sqrt{2 + 2\cos(\phi_i)} \end{aligned}$$

Nun werden die Moden untereinander überlagert. Da die Moden unterschiedliche Frequenzen haben und wir später das zeitlich-quadratische Mittel betrachten, ist es im Folgenden unerheblich, ob man die Überlagerung von

$B_1 \cos(\omega_1 t - \arctan(\frac{\sin(\phi_1)}{1 + \cos(\phi_1)}))$ mit $B_2 \cos(\omega_2 t - \arctan(\frac{\sin(\phi_2)}{1 + \cos(\phi_2)}))$ betrachtet oder $B_1 \cos(\omega_1 t)$ mit $B_2 \cos(\omega_2 t)$ Also betrachtet man aufgrund der Einfachheit Letzteres:

$$\begin{aligned} E_g &= B_1 \cos(\omega_1 t) + B_2 \cos(\omega_2 t) \\ E_g^2 &= (B_1 \cos(\omega_1 t) + B_2 \cos(\omega_2 t))^2 = (B_1 \cos(\omega_1 t))^2 + (B_2 \cos(\omega_2 t))^2 + 2B_1 B_2 \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) \\ &= (B_1 \cos(\omega_1 t))^2 + (B_2 \cos(\omega_2 t))^2 + 2B_1 B_2 \frac{1}{2} (\cos((\omega_1 - \omega_2)t) + \cos((\omega_1 + \omega_2)t)) \end{aligned}$$

Für die Intensität gilt nun $I \propto E_g^2$

$$\begin{aligned} \text{Da sogar der Term } \cos((\omega_1 - \omega_2)t) \text{ schneller oszilliert } &< I > \propto \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t=0}^T E_g^2 dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int (B_1 \cos(\omega_1 t))^2 + (B_2 \cos(\omega_2 t))^2 + 2B_1 B_2 \frac{1}{2} (\cos((\omega_1 - \omega_2)t) + \cos((\omega_1 + \omega_2)t)) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int (B_1 \cos(\omega_1 t))^2 + (B_2 \cos(\omega_2 t))^2 dt \\ &= \frac{1}{2} (B_1^2 + B_2^2) = \frac{1}{2} (A_1^2 (2 + 2\cos(\phi_1)) + A_2^2 (2 + 2\cos(\phi_2))) \end{aligned}$$

Nun nehme man noch an, dass die Amplituden der beiden Moden gleich sind, es gilt also $A_1 = A_2 = A$. Somit folgt:

$$\begin{aligned} < I > \propto A^2 (2 + \cos(\phi_1) + \cos(\phi_2)) \\ &= A^2 (2 + \cos(\phi_1) + \cos(\phi_2)) \text{ mit } \phi_i = k_i x \\ &= A^2 (2 + \cos(\frac{(k_1 - k_2)}{2} x)) \cos(\frac{(k_1 + k_2)}{2} x) \end{aligned}$$

Da der zweite Term sehr schnell oszilliert, wird dieser 1 gesetzt und so folgt

$$\begin{aligned} \langle I \rangle &\propto A^2 2(1 + \cos((k_1 - k_2)x)) \\ \langle I \rangle_{max} &\propto A^2 2(1 + |\cos(\frac{(k_1 - k_2)}{2}x)|) \\ \langle I \rangle_{min} &\propto A^2 2(1 - |\cos(\frac{(k_1 - k_2)}{2}x)|) \end{aligned}$$

Da der Kontrast nun definiert ist als $K = \frac{\langle I \rangle_{max} - \langle I \rangle_{min}}{\langle I \rangle_{max} + \langle I \rangle_{min}}$ gilt $K = |\cos(\frac{(k_1 - k_2)}{2}x)|$

Umso dichter die beiden Moden des verwendeten Lasers zusammenhängen, desto stärker nähert sich der Interferenzkontrast dem Idealwert (K=1) an.

1.4 Interferenzkontrast bei n-Moden

Bei der Überlagerung der Objekt und Referenzwellen bei einem Laserstrahl, der auf n-verschiedenen Moden emittiert, kann prinzipiell genauso vorgegangen werden, wie bei der Überlagerung der 2 Moden. Man muss hier jedoch mit (Doppel-)Summen bis n arbeiten, wobei die Ausarbeitung des Versuchs von D. Rohrscheid und P. Gorgei hilfreich war.

Das elektromagnetische Feld der Referenzwelle der i-ten Referenz und Objektwelle kann wie folgt beschrieben werden:

$$E_i = \exp i(\omega_i t + \delta_i) + \exp i(\omega_i t + \delta_i)$$

Dabei ist ω_i die zugehörige Kreisfrequenz und δ_i die spezifische Phasenverschiebung von Objekt und Referenzwelle; die Amplituden seien alle gleich 1.

Die Intensität ist proportional zur Norm des komplexen Feldes E_i , folglich gilt:

$$I \propto |E_{ges}|^2 \propto (\sqrt{\text{Re}((E_i)^2 + \text{Im}(E_i)^2)})^2$$

$$I \propto |E_{ges}|^2 \propto \sqrt{(\sum_i (|E_i| \sin(\omega_i t + \delta_i)))^2 + (\sum_i (|E_i| \cos(\omega_i t + \delta_i)))^2}$$

Zur weiteren Vereinfachung des Ausdrucks setzen wir $\xi_i = \omega_i t + \delta_i$. Das Quadrat über die Summe kann man dann mit folgenden Doppelsummen schreiben:

$$\begin{aligned} |E_{ges}|^2 &\propto (\sqrt{\sum_j \sum_i (|E_i E_j| \sin(\xi_i) \sin(\xi_j) + \sum_j \sum_i (|E_i E_j| \cos(\xi_i) \cos(\xi_j)))})^2 \\ &= (\sqrt{\sum_j \sum_i (|E_i E_j|) (\sin(\xi_i) \sin(\xi_j) + \cos(\xi_i) \cos(\xi_j))})^2 \\ &= (\sqrt{\sum_{i,j} (|E_i E_j|) \cos(\xi_i - \xi_j)})^2 \end{aligned}$$

wobei hier das Additionstheorem $\cos(x - y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$ benutzt wurde. Außerdem gilt für die Amplituden:

$$A_i = |E_i| = \sqrt{(\sin(\omega_i t) + \sin(\omega_i + \delta_i))^2 + (\cos(\omega_i t) + \cos(\omega_i + \delta_i))^2} \quad A_i = \sqrt{2 + 2 * \cos(\delta_i)}$$

Dies setzen wir in den obigen Ausdruck ein und erhalten nach einigen Umformungen:

$$|E_{ges}|^2 \propto \sum_{i,j} (|A_i A_j|) \cos(\xi_i - \xi_j)$$

Dies ist natürlich nur ungleich 1 wenn i und j ungleich sind.

$$\begin{aligned} |E_{ges}|^2 &\propto \sum_{i \neq j} (|E_i E_j|) \cos(\xi_i - \xi_j) + \sum_{i=j} (|A_i A_j|) \cos(\xi_i - \xi_j) \\ |E_{ges}|^2 &\propto \sum_{i \neq j} (|E_i E_j|) \cos(\xi_i - \xi_j) + \sum_i (A_i^2) \\ I &\propto \sum_{i \neq j} (|E_i E_j|) \cos(\xi_i - \xi_j) + \sum_i 2 + 2 * \cos(\delta_i) \end{aligned}$$

Bei der zeitlichen Mittelung fällt der 1. Cosinusterm weg und wir erhalten:

$$\begin{aligned}
& \langle I \rangle \propto \sum_i 2 + 2 * \cos(\delta_i) \\
\langle I \rangle & \propto 2N + \sum_i 2 * \cos(\delta_i) = 2N + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\cos(\delta_i) + \cos(\delta_j)) \\
& = 2N + \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\cos(\frac{\delta_i+\delta_j}{2})\cos(\frac{\delta_i-\delta_j}{2})) = 2N + \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N (\cos(\frac{\delta_i+\delta_j}{2})\cos(\frac{\delta_i-\delta_j}{2})) + \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N (2\cos(\delta_i))
\end{aligned}$$

Die Summe lässt sich also mit rekursiven Teilsummen schreiben. So lässt sie sich weiter umschreiben:

$I \propto 2N + \frac{2}{N-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N (\cos(\frac{\delta_i+\delta_j}{2})\cos(\frac{\delta_i-\delta_j}{2}))$ Hier oszilliert wie in der Herleitung der 2 Moden der 1. Cosinusterm schnell und der 2. langsam. Für die maximale und minimale Intensität können wir den schnellen also als ± 1 annehmen.

$$\langle I_{max} \rangle = C(2N + \frac{2}{N-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \cos(\frac{\delta_i-\delta_j}{2}))$$

$$\langle I_{min} \rangle = C(2N - \frac{2}{N-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \cos(\frac{\delta_i-\delta_j}{2}))$$

Dabei ist C die Proportionalitätskonstante. Für die Kontrastfunktion

$$K = \frac{\langle I \rangle_{max} - \langle I \rangle_{min}}{\langle I \rangle_{max} + \langle I \rangle_{min}}$$

gilt also:

$$K = \frac{C(2N + \frac{2}{N-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \cos(\frac{\delta_i-\delta_j}{2})) - C(2N - \frac{2}{N-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \cos(\frac{\delta_i-\delta_j}{2}))}{C(2N + \frac{2}{N-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \cos(\frac{\delta_i-\delta_j}{2})) + C(2N - \frac{2}{N-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \cos(\frac{\delta_i-\delta_j}{2}))}$$

$$K = \frac{1}{N^2 - N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \cos(\frac{\delta_i-\delta_j}{2})$$

Mit steigender Modenanzahl nimmt der Kontrast also ab.

1.5 Anzahl der verwendeten Beugungsordnungen

Zuerst muss der zum Vergleich der Fläche Photoplatte sehr dünne Laserstrahl aufgeweitet und begradigt und gefiltert werden. Dies geschieht durch einen Raumfilter. Etwaige Streuungen des Laserstrahls, die z.B. durch Verschmutzungen der Mikrolinse entstehen werden durch die sehr kleine Blende ($54\mu\text{m}$) herausgefiltert. Außerdem muss man annehmen, dass die Objektivlinse nicht genau senkrecht zum Laserstrahl steht, sodass weitere Beugungsordnungen auftreten, die die kleine Blende nicht passieren. Dasselbe gilt analog für höhere Moden des Laserstrahls. Durch das Passieren dieser Blende erfährt der Strahl jedoch auch wiederum Beugung. Im Folgenden wird die maximale Beugungsordnung ermittelt. Dabei wird angenommen, dass die im Verhältnis zur ersten Blende große Öffnung der Irisblende keine weiteren Beugungseffekte verursacht.

Für einen Lichtstrahl der Wellenlänge λ , der einen Spalt mit Öffnung d passiert, gilt allgemein ¹:

$$\sin(\alpha_n) = k_n \cdot \frac{\lambda}{d}$$

Dabei ist α_n der Winkel unter dem der Lichtstrahl den Spalt gebeugt passiert, k_n ist die zugehörige Beugungsordnung.

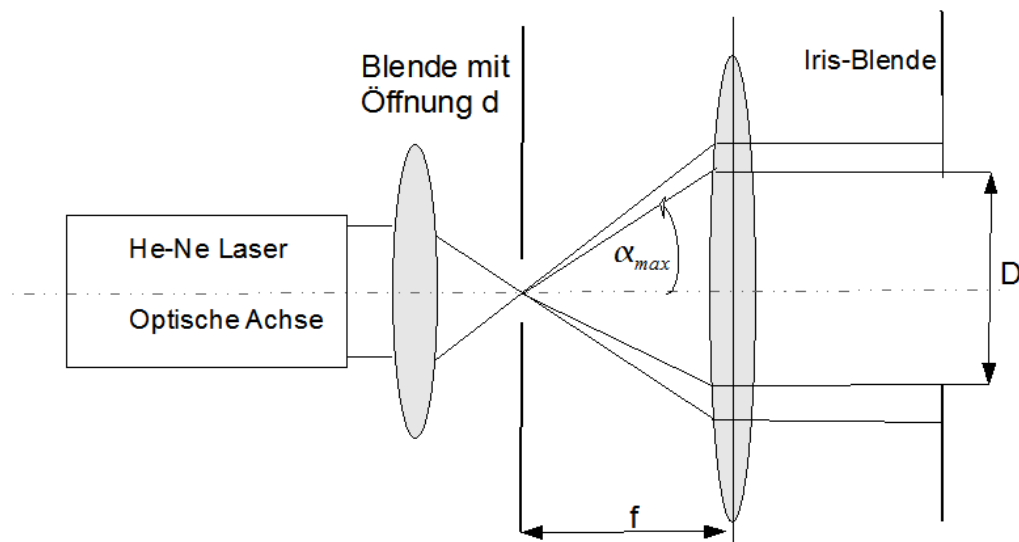


Abbildung 1: Hologramm einer punktförmigen Lichtquelle erstellen

Hier wird ersichtlich, dass für die größte Beugungsordnung gilt:

$$\begin{aligned} \tan(\alpha_{max}) &= \frac{D}{2 \cdot f} \text{ bzw.} \\ \sin(\alpha_{max}) &= \frac{D}{2 \cdot \sqrt{(\frac{D}{2})^2 + f^2}} \end{aligned}$$

¹Gerthsen: Physik

Dies setzt man mit der allg. Beugungsgleichung (siehe oben) gleich und erhält somit eine Bedingung für k_n

$$k_n = \frac{D}{2 \cdot \sqrt{(\frac{D}{2})^2 + f^2}} \cdot \frac{d}{\lambda}$$

Einsetzen der verwendeten Werte ¹ ($f = 25cm, \lambda = 634nm, d = 54\mu m, D = 5cm$) ergibt ein k_n von 8,4. Somit werden bis zu 8 Beugungsordnungen verwendet.

¹Protokollheft

1.6 Versuchsaufbau

In diesem Versuch sollen zuerst 2 Hologramme einer Punktlichtquelle aufgenommen werden. Eines mit einer ebenen Referenzwelle, das weitere mit einer Kugelwelle als Referenz. Im folgenden ersichtlichen Aufbau wird ein Hologramm einer punktförmigen Lichtquelle auf der Photoplatte erstellt. Die Abbildungsqualität des Hologramms ist eng mit der Größe korreliert, folglich ist es sinnvoll den Laserstrahl aufzuweiten, was durch den Raumfilter erreicht wird. Eventuell kann die Größe noch durch eine in den Strahlengang eingebrachte Irisblende der Größe der Photoplatte angepasst werden.

Zuerst soll ein Hologramm einer punktförmigen Lichtquelle erstellt werden. Diese wird sozusagen virtuell durch eine Linse (Linse1) erzeugt, der lichtscheidende Lichtpunkt steht sozusagen im Brennpunkt der Linse. Die ausgehende Kugelwelle interferiert auf der Photoplatte mit der vom Laser ausgehenden Interferenzwelle. Ohne Einsetzen der Linse1 ist die Referenzwelle näherungsweise eben, mit der Linse handelt es sich um eine kugelförmige Welle.

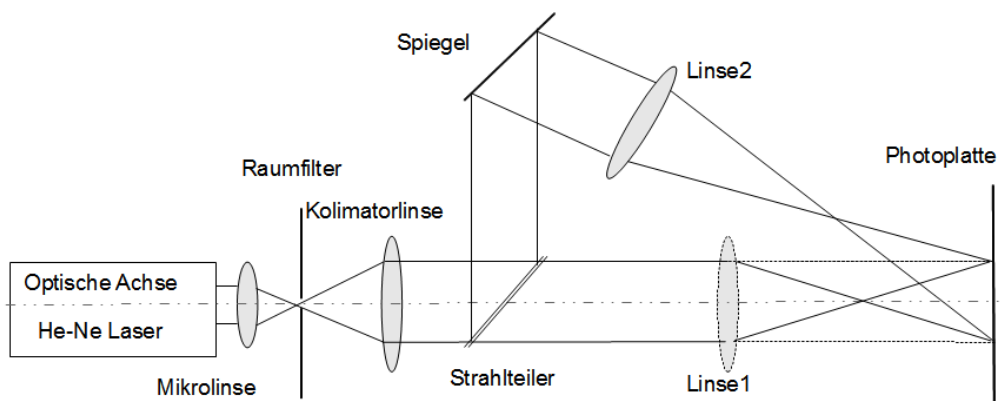


Abbildung 2: Hologramm einer punktförmigen Lichtquelle erstellen

Zur Rekonstruktion des Hologrammes, sollte das Objekt (in diesem Fall die virtuelle erstellte Lichtquelle) weggenommen werden. Durch Bestrahlen der belichteten Photoplatte

te sollte nun das Objekt nach dem holographischen Abbildungsgesetz (Siehe Einführung in die Holographie) abgebildet werden.

Diese Art des Hogramms ist ein sogenanntes Amplitudendiagramm, d.h. die Interferenzmuster verändern die Amplituden der ausgesandten Huygens-Wellen. So gibt es auch viele „schwarze“ Bereiche. Amplitudendiagramme schlucken also selbst sehr viel Licht, und erscheinen „grau“. Durch das Bleichen in einer besonderen chemischen Lösung, wird der Brechungsindex der belichteten Photoplatte abhängig ihrer Schwärzung lokal verändert, wobei auch die Schwärzung verschwindet. So ist die Phase der austretenden Wellen unterschiedlich, wodurch die gewünschten Interferenzen auftreten. Dies ist dann ein Phasenhologramm, welches um ein Vielfaches lichtstärker als ein Amplitudenhologramm ist. Auch ein Hologramm eines 3-D Objektes kann ähnlich der oben beschriebenen Methode erstellt werden. Theoretische Annahme beim Erstellen eines 3-D Objektes ist, dass dieses aus sehr vielen Punkten zusammengesetzt ist, jeder Punkt erzeugt auf der Photoplatte sein eigenes Interferenzmuster. Superposition ergibt dann das gesamte Objekt. Dazu muss der Strahlengang jedoch folgendermaßen verändert werden:

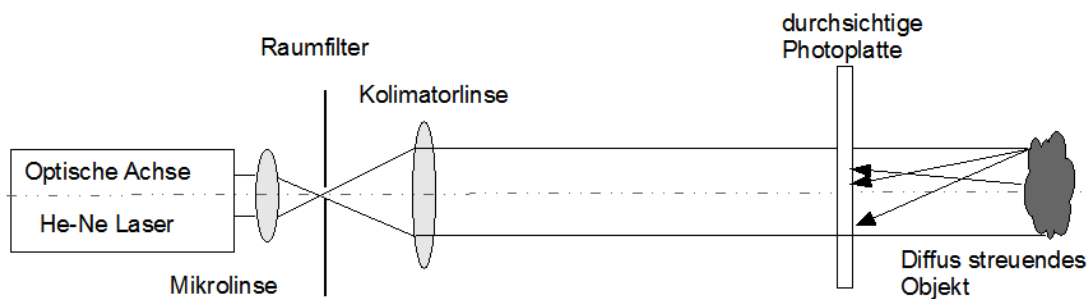


Abbildung 3: Hologramm eines diffus streuenden Objektes erstellen

2 Versuchsdurchführung

Zuerst wurde der Aufbau aus Abbildung 2 aufgebaut und so justiert, dass es an dem Ort, der für die Photoplatte vorgesehen ist, zu einer Überdeckung der beiden Strahlen durch Linse 2 und dem Strahl, der gerade durch den Strahlteiler ging, kam. Hierbei wurde ebenfalls darauf geachtet, dass beide Strahlen möglichst kreisförmig sind und eine ausreichende Fläche abdecken. Nun wurde ein Hologramm aufgenommen. Hierzu wurde der Raum abgedunkelt, sodass der Film nicht durch unerwünschtes Licht belichtet wurde. Der Film wurde 3 Sekunden belichtet und danach in 2 Bädern entwickelt. Nach dem Trocknen des Films, entfernten wir den Strahlteiler, wie in Abbildung 3 gezeigt, um so ein Reflexionshologramm aufzunehmen. Die Aufnahme dieses Hologramms erfolgte genau so wie die des ersten Hologramms jedoch mit dem Unterschied, dass hier die Belichtungszeit 8 Sekunden betrug. Da unsere erste Aufnahme nicht den Anschein machte, dass wir mit Erfolg eine Punktlichtquelle abgebildet hätten (Der Film wies keine Struktur auf, sondern wirkte wie eine mit Staub bedeckte Glasplatte), wiederholten wir diesen Versuch und nahmen ein drittes Hologramm auf. Nachdem die Filme etwas getrocknet waren, konnte man farbige (Interferenz?-)Streifen auf den letzten beiden Filmen erkennen. Als wir jedoch den Aufbau so veränderten, dass das Hologramm sichtbar werden sollte (wie in Abbildung 3 nur ohne diffus streuendem Objekt und anstatt der Photoplatte den entwickelten Film) konnten wir in beiden Fällen nichts besonderes erkennen. Aufgrund dessen verwendeten wir zu Verifikation des Abbildungsgesetzes ein von einer vorigen Gruppe aufgenommenes Hologramm. Hier war nun eine Punktlichtquelle gut zu erkennen. Da wir die Gegenstandsweite für diesen Fall nicht kannten rekonstruierten wir das Hologramm zuerst mit einer ebenen Welle und vermaßen die Bildweite. Das Ergebnis war $Z_B = 42 \pm 2\text{cm}$. Daraus folgt also, dass die Gegenstandsweite bei $Z_G = 42 \pm 2\text{cm}$ lag. Daraufhin führten wir 2 Messreihen durch (mit einem Aufbau wie in Abbildung 2 nur ohne Strahlteiler und mit Linse 1). Bei der ersten Messreihe verwendeten wir eine Linse der Brennweite 35 cm und plazierten sie so vor dem Hologramm, dass ihr Brennpunkt auf der Photoplatte lag. Diese Position markierten wir uns und verschoben dann die Linse ausgehend von dieser Position in 8 Schritten in Richtung Photoplatte, wobei wir bei jedem Schritt mittels einer weißen Platte die Abbildungen der punktförmigen Lichtquelle in der 1. und -1. Beugungsordnung suchten und ihre jeweilige Entfernung von der Photoplatte vermaßen. Es ist nun klar, dass der Abstand der Linse zur oben genannten markierten Position den Radius der Rekonstruktionswelle Z_c angibt. Der gedachte "Ausgangspunkt" dieser Wellen liegt nun im Brennpunkt der Linse hinter der Photoplatte. Dies wiederholten wir mit der Linse der Brennweite 50 cm. Daraus resultierten die folgenden Messreihen:

35	cm rechts	(1.	Ordnung)	35	cm links	(-1.	Ordnung)
Z_c	Z_B	ΔZ_c	ΔZ_B	Z_c	Z_B	ΔZ_c	ΔZ_B
4	4.1	0.5	2	4	4.5	0.5	2
8	7.0	0.5	2	8	10.0	0.5	2
12	8.1	0.5	2	12	16,7	0.5	2
16	10.6	0.5	2	16	25.1	0.5	2
20	12.4	0.5	2	20	36.4	0.5	2
24	14.0	0.5	2	24	53.2	0.5	2
28	15.5	0.5	2	28	84.1	0.5	4
32	17.0	0.5	2	32	120.0	0.5	10

50	cm rechts	(1.	Ordnung)	50	cm links	(-1.	Ordnung)
Z_c	Z_B	ΔZ_c	ΔZ_B	Z_c	Z_B	ΔZ_c	ΔZ_B
4	3.4	0.5	2	4	5.7	0.5	2
8	6.5	0.5	2	8	11.5	0.5	2
12	9.0	0.5	2	12	17.5	0.5	2
16	10.5	0.5	2	16	27.5	0.5	2
20	13.5	0.5	2	20	40.0	0.5	2
24	14.1	0.5	2	24	57.5	0.5	2
28	15.5	0.5	2	28	83.0	0.5	4
32	16	0.5	2	32	129.5	0.5	10

Nun untersuchten wir noch eines der Reflexionshologramme der vorigen Gruppen, da unser eigenes Reflexionshologramm wie bereits erwähnt kein erkennbares Bild zu Tage förderte. Hierzu entfernten wir wieder Strahlteiler und Linse 1 aus dem Aufbau und legten das Reflexionshologramm anstelle der Photoplatte ein. Nun waren mehrere ineinander verschachtelte Würfel zu erkennen, jedoch konnte man nur einen vergleichsweise kleinen Ausschnitt dieser Anordnung sehen. Aber wir konnten auf diese Weise feststellen, dass die von uns aufgebaute Apparatur eine Wiedergabe von komplexeren Hologrammen ermöglichte.

3 Auswertung

Nun sollen mit den Ergebnissen des Versuchs das Abbildungsgesetz für Hologramme bestätigt werden. Dieses lautet wie im schon Abschnitt Holographie angegeben:

$\frac{1}{Z_B} - \frac{1}{Z_C} = \pm(\frac{1}{Z_G} - \frac{1}{Z_r})$ Da wir leider selbst kein Hologramm erstellen konnten, und wir das einer anderen Gruppe verwenden mussten, ist uns Z_G nicht bekannt, sondern wir müssen dieses erst aus den Messwerten ermitteln. Dabei machen wir die Annahme, dass die Gruppe die das Punkthologramm erstellt hat wie in der Aufgabenstellung beschrieben, eine ebene Welle als Referenzwelle verwendet hat ($Z_r = \infty$). Dadurch vereinfacht sich die Abbildungsgleichung zu:

$$\frac{1}{Z_B} - \frac{1}{Z_C} = \pm(\frac{1}{Z_G})$$

Wenn man diese noch nach Z_B umstellt ergibt sich:

$$Z_B = \frac{1}{\frac{1}{Z_C} \pm (\frac{1}{Z_G})}$$

Nun kann man mittels Gnuplot und den gemessenen Werten fitten, sodass man für jede Messreihe, einen Wert für Z_G erhält.

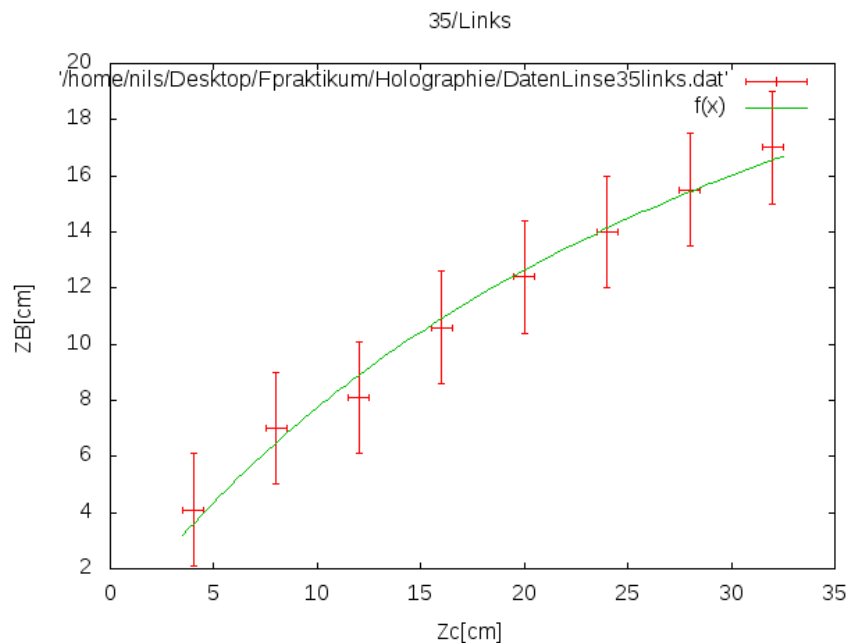


Abbildung 4: Messreihe bei Linse mit $f=35$ cm und 1. Beugungsortnung

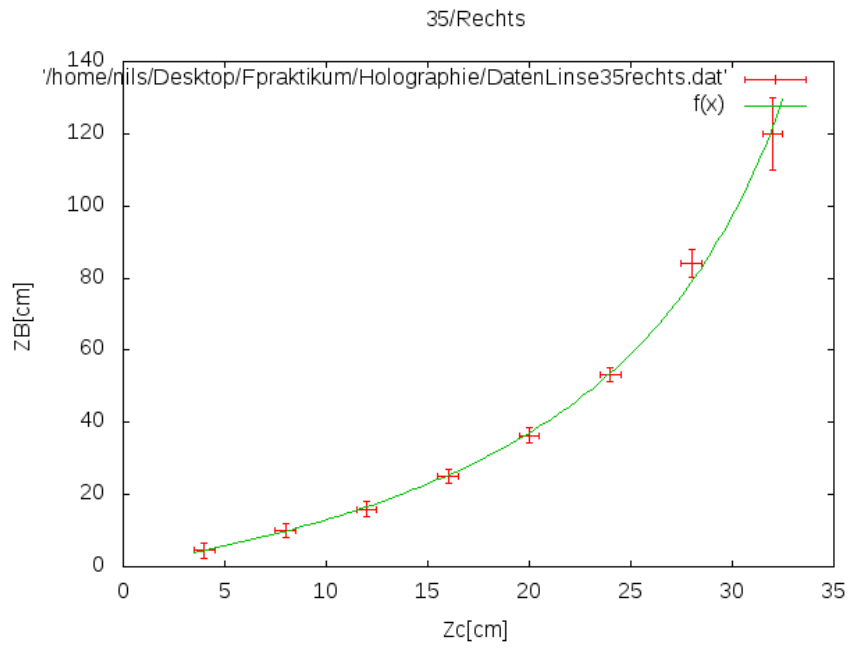


Abbildung 5: Messreihe bei Linse mit $f=35$ cm und -1. Beugungsordnung

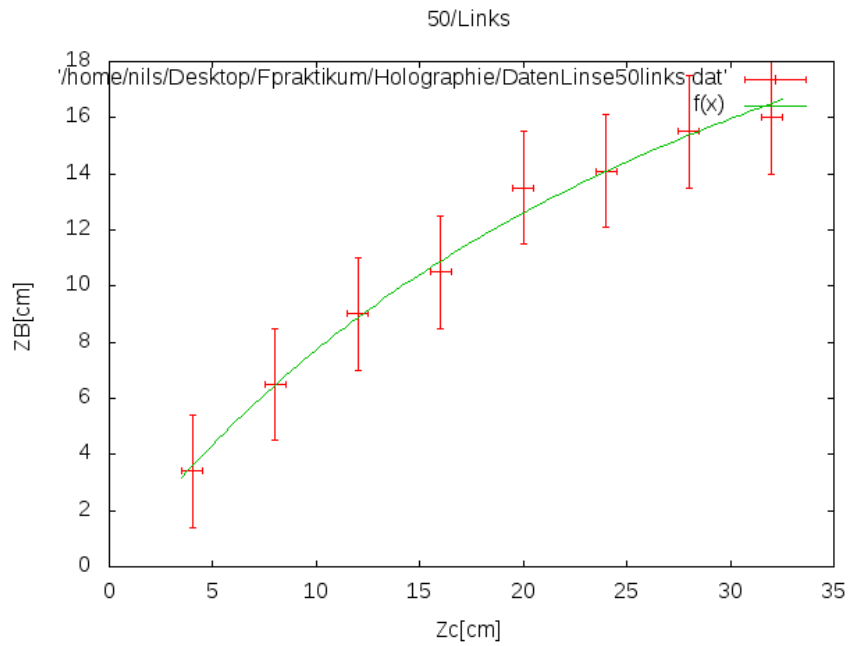


Abbildung 6: Messreihe bei Linse mit $f=50$ cm und 1. Beugungsordnung

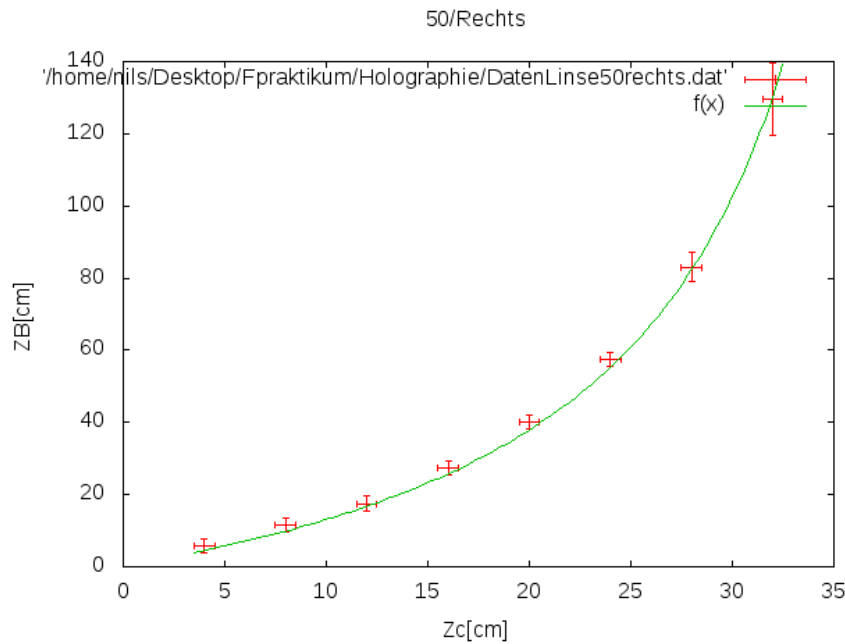


Abbildung 7: Messreihe bei Linse mit $f=50$ cm und -1. Beugungsordnung

Wie man sieht wird das Abbildungsgesetz bestätigt, da der Fit bei allen 4 Messreihen gut mit den experimentellen Daten übereinstimmt. Ein Problem stellt jedoch, die durch das Fitten berechnete Gegenstandsweite da. Diese beträgt bei den Messreihen der 1. Beugungsordnung $34.352 \pm 1.176\text{cm}$ (Linse mit 35 cm Brennweite) bzw. $34.088 \pm 1.065\text{cm}$ (Linse mit Brennweite 50 cm) und bei denen der -1. Beugungsordnung $43.3822 \pm 1.065\text{cm}$ (Linse mit 35 cm Brennweite) bzw. $42.4061 \pm 0.1588\text{cm}$ (Linse mit Brennweite 50 cm) (Die hier angegebenen Fehler der Gegenstandsweiten wurden von Gnuplot ausgegeben, wobei die Messunsicherheit nicht berücksichtigt wurde. Durch manuelles Einfügen von Grafen mit verschiedenener Gegenstandsweite lässt sich ersehen, dass der Fehler wohl in allen vier Fällen im Bereich einiger Zentimeter liegt). Eigentlich sollte die Gegenstandsweite in allen 4 Fällen ca. gleich sein, was jedoch hier nur innerhalb einer Beugungsordnung zutrifft. Wenn man nun annimmt, dass die Gegenstandsweite in allen 4 Fällen rund 34 cm beträgt, kommt es zu riesigen Fehlern bei der Auswertung der -1. Beugungsordnung, da die theoretische Kurve in diesen Fällen einen Pol beim Wert $Z_C = 34\text{cm}$ aufweist, oder für den allgemein Fall bei $Z_C = Z_G$. Dies stimmt aber in keinsten Weise mit den Messwerten überein. Nimmt man jedoch an, dass die Gegenstandsweite in allen vier Fällen 42 cm beträgt, erhält man für die 1 Beugungsordnung einen einigermaßen vernünftigen Fit, nun liegt die Abweichung der Theorie und des Experiments innerhalb der von uns angenommenen Fehlertoleranz. Wir nehmen also an, dass $Z_G = 42\text{cm}$. Für diesen Fall ergeben sich für die 1. Beugungsordnung folgende Plots:t, nun liegt die Abweichung der Theorie und des Experiments innerhalb der von uns angenommenen Fehlertoleranz. Wir nehmen also an, dass $Z_G = 42\text{cm}$. Für diesen Fall ergeben sich für die 1. Beugungsordnung folgende Plots:

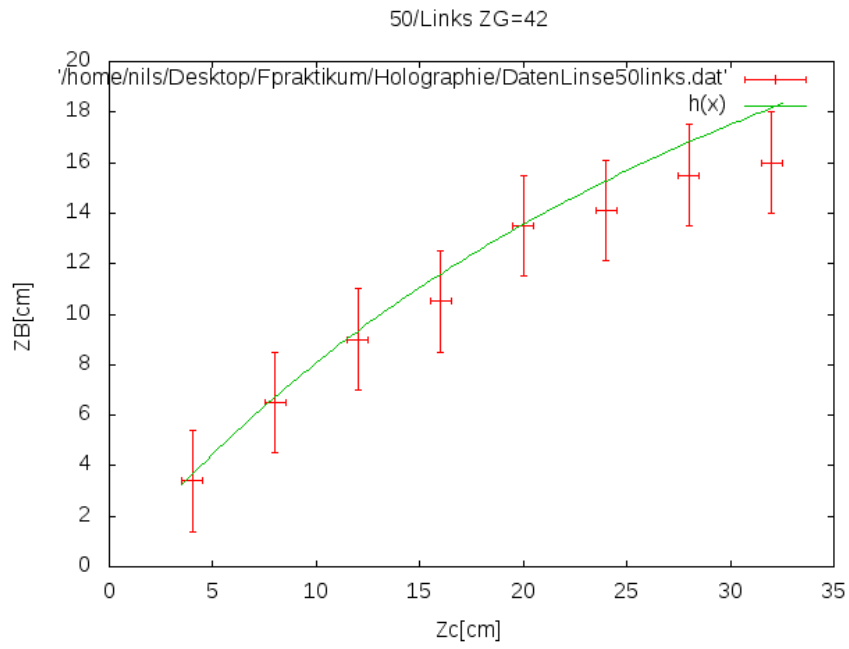


Abbildung 8: Messreihe für die Linse mit $f=50$ cm und der -1. Beugungsordnung $Z_G = 42$ cm

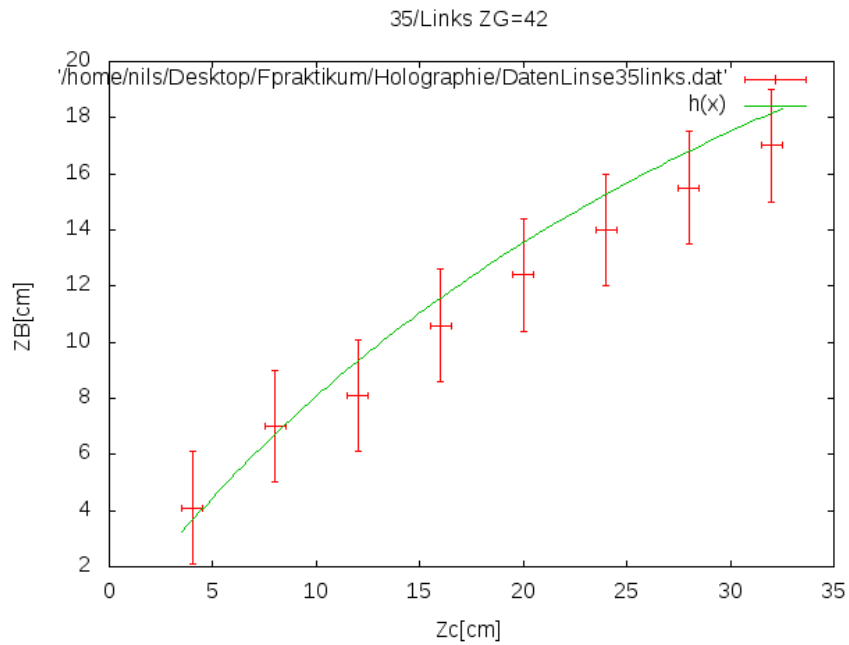


Abbildung 9: Messreihe für die Linse mit $f=35$ cm und -1. Beugungsordnung $Z_G = 42$ cm

Es ist also anzunehmen, dass die Bildweite tatsächlich bei ca. 42cm liegt, also die Fits der Messreihen zur -1. Beugungsordnung korrekte Ergebnisse geliefert haben und die Abweichung der Messreihen zur 1. Beugungsordnung durch unsere Messunsicherheiten zu erklären sind. Dieses Resultat wird dadurch bestätigt, dass die Messung von Z_B der 1. Beugungsordnung bei einer ebenen Rekonstruktionswelle $Z_C = \infty$ ein $Z_B = 41 \pm 2\text{cm}$ ergab, da für diesen Fall gilt $Z_B = Z_G$ folgt, dass $Z_G = 41 \pm 2\text{cm}$. Dieser Wert, sowie seine Toleranz passt nun wieder zu den gefitteten Werten.

4 Fazit

In unserem Versuch war es uns möglich das Abbildungsgesetz grob nachzupüfen. Das Problem, das sich in unseren speziellen Fall stellte, war, dass uns die Gegenstandsweite des aufgenommenen Objektes nicht direkt zur Verfügung stand und wir gezwungen waren das Abbildungsgesetz zu verwenden um diesen Wert zu erhalten. Dabei muss man nun bedenken, dass wir so letztlich nur in der Lage waren, den Trend der durch folgende Gleichung gegeben war, zu überprüfen:

$$\frac{1}{z_B} - \frac{1}{z_C} = \pm c$$

Wobei wir experimentell nicht nachweisen konnten, dass $c = \frac{1}{z_G} - \frac{1}{z_r}$ da unsere eigenen Versuche Hologramme herzustellen fehlschlugen. Alles in allem konnten wir uns aber davon überzeugen, dass das Verfahren der Holographie wirklich funktioniert und auch in der Lage ist echte dreidimensionale Objekte (also nicht nur Punktlichtquellen) wiederzugeben. Obwohl das Reflexionshologramm nicht ganz so beeindruckend war, wie wir es uns zuerst erhofft hatten.