

Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene
Versuch 1.5, Abteilung C

Bremmung und Diffusion von Neutronen

von

Kirill Boguslavski und Michael Körner

Durchgeführt am: 06.06.2011
Betreut von: Timo Bloch

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	2
1.1	Standardmodell der Elementarteilchenphysik	2
1.1.1	Hadronen	3
1.2	Radioaktivität	3
1.2.1	Zerfallsgesetz	3
1.2.2	Erzeugung von Neutronen	4
1.2.3	Nachweis von Neutronen	4
1.3	Wirkungsquerschnitt	5
1.4	Fermi'sche Alterstheorie	5
2	Auswertung	6
2.1	Einstellung des Arbeitspunkts an den Detektoren	6
2.2	Aufgabe 1: Effektive Zählraten	7
2.3	Aufgabe 2: Fermi-Alter (durch Neutronenbremsung)	8
2.4	Aufgabe 3: Wirkungsquerschnitte (durch Neutronendiffusion)	10
2.5	Aufgabe 4: Fluss thermischer Neutronen	11
2.6	Aufgabe 5: Stärke der Neutronenquelle	12
2.7	Aufgabe 6: Mittlerer Quadratischer Abstand	13
3	Diskussion der Werte	15

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Standardmodell der Elementarteilchenphysik

Im Standardmodell der Elementarteilchen werden die vereinheitlichte Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung und die Quantenchromodynamik zusammengefasst. Man unterscheidet man 3 Typen von elementaren Teilchen die Quarks, welche bisher nie als freie Teilchen beobachtet worden sind und als zusammengesetzte Objekte die Hadronen bilden, die Leptonen und die Austauschbosonen, welche die Wechselwirkungen zwischen den Teilchen vermitteln. Leider ist es bisher nicht gelungen die Gravitation in diesem Modell vollständig zu beschreiben und einzubinden. Ein Schritt in diese Richtung ist die Suche nach dem sog. Higgs-Boson, welches den Teilchen Masse verleihen soll, die am LHC am CERN derzeit läuft. Die folgende Tabelle charakterisiert die Eigenschaften der Elementarteilchen:

Name	Ladung	Spin	Masse
up	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$4 \frac{MeV}{c^2}$
down	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$5 \frac{MeV}{c^2}$
charm	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$1, 2 \frac{GeV}{c^2}$
strange	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$250 \frac{MeV}{c^2}$
top	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$180 \frac{GeV}{c^2}$
bottom	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$4, 3 \frac{GeV}{c^2}$

Abbildung 1: Auflistung der Quarks, [5]

Name	Ladung	Spin	Masse
Elektron	-1	$\frac{1}{2}$	$0, 511 \frac{MeV}{c^2}$
Elektron Neutrino	0	$\frac{1}{2}$	$\geq 1 \frac{eV}{c^2}$
Myon	-1	$\frac{1}{2}$	$106 \frac{MeV}{c^2}$
Myon Neutrino	0	$\frac{1}{2}$	$\geq 0, 27 \frac{MeV}{c^2}$
Tau	-1	$\frac{1}{2}$	$1, 777 \frac{GeV}{c^2}$
Tau Neutrino	0	$\frac{1}{2}$	$\geq 35 \frac{MeV}{c^2}$

Abbildung 2: Auflistung der Leptonen, [5]

Zu jedem der aufgelisteten Teilchen existiert ein jeweiliges Antiteilchen.

1.1.1 Hadronen

Hadronen sind aus Quarks bzw. Antiquarks zusammengesetzte Gebilde, man unterscheidet hier die Mesonen, welche aus einem Quark-Antiquark-Paar bestehen und die Baryonen, welche eine Kombination aus 3 Quarks bzw. 3 Antiquarks darstellen. Die Farbladung, die man den Quarks als Eigenschaft gibt, liefert den Grund für die beiden Systeme. Sie existiert in 3 unterschiedlichen Farben und der jeweiligen „Anti-Farbe“. Stabile Teilchen können nur entstehen wenn das Teilchen nach außen Farbneutral ist, so gibt es entweder die Möglichkeit alle drei Farben zu kombinieren (Baryonen) oder ein Farb-Antifarbe-Paar zu bilden (Mesonen), diese Bedingung nennt man *confinement*. Das für diesen Versuch essentielle Neutron gehört zu den Baryonen und besteht aus einem up- und zwei down-Quarks (udd).

1.2 Radioaktivität

Unter Radioaktivität versteht man die Eigenschaft von Atomkernen sich spontan durch Aussendung eines Teilchens in einen anderen Kern umzuwandeln um so einen energetisch günstigeren Zustand zu erlangen. Eine Umwandlung kann jedoch auch durch das Einschließen eines Teilchens a in einen Kern A erzwungen werden, der Kern wandelt sich dann meist nach sehr kurzer Zeit unter Aussendung eines Teilchens b in einen Kern B um.

Man schreibt kurz $A(a,b)B$, hierbei kann $a = b$ sein, dann wäre auch $A = B$ (Streuung).

1.2.1 Zerfallsgesetz

Allgemein kennt man kein Merkmal, das atomare Einzelakte wie einen Kernzerfall vorauszusagen gestattet, man kann jedoch eine Aussage über die Wahrscheinlichkeit eines Zerfalls in Abhängigkeit der Zeit treffen. Von n Kernen zerfallen im nächsten Zeitintervall dt im Mittel $\lambda n dt$:

$$dn = -\lambda n dt \quad (1)$$

Woraus durch Integration folgt:

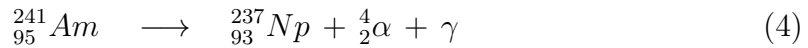
$$n = n_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (2)$$

wobei n_0 die Anzahl der vorhandenen Kerne zur Zeit $t = 0$ ist und λ als Zerfalls konstante bezeichnet wird. Als Halbwertszeit $T_{\frac{1}{2}}$ wird die Zeit bezeichnet, nach der die Hälfte der zum Zeitpunkt $t = 0$ vorhandenen Atome bereits durch Zerfall umgewandelt worden sind.

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (3)$$

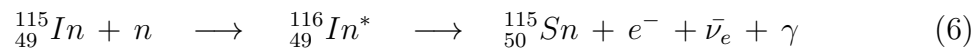
1.2.2 Erzeugung von Neutronen

Freie Neutronen entstehen bei Kernspaltung oder bei Kernreaktionen mit Teilchen oder energiereichen Photonen. Da sie jedoch eine Halbwertszeit von 10,2 min [2] haben müssen sie, um damit Experimente durchführen zu können, ständig künstlich erzeugt werden. Bei leichten Kernen ist die Energie eines α -Teilchens groß genug um neutronenliefernde Kernreaktionen anzuregen. Als Neutronenquelle in diesem Versuch dient ein Am-Be-Pulver, welches wie folgt Neutronen produziert:



1.2.3 Nachweis von Neutronen

Da Neutronen keine äußere Ladung haben, kann man sie nicht mittels Zählrohren detektieren. Es gibt aber die Möglichkeit, sie indirekt über Kernreaktionen oder Aktivierung anderer Stoffe nachzuweisen. In diesem Versuch wird eine Indiumfolie durch die Neutronen angeregt und dann die β -Strahlung des Indiums detektiert. Die Aktivierung läuft mittels folgender Reaktion ab:



Der ${}_{49}^{116}\text{In}^*$ -Kern hat eine Halbwertszeit von 54 min [2], somit ergibt sich für die Aktivität der Indiumfolie \dot{A} folgende Differentialgleichung:

$$\frac{d\dot{A}}{dt} = R \cdot \lambda \cdot \Phi \cdot \Theta(T - t) - \lambda \cdot \dot{A} \quad (7)$$

mit Φ = Neutronenfluss, T = Aktivierungsdauer, $R = \Sigma_{act} \cdot F \cdot d \cdot \delta_i(d) \cdot \delta_a(d, F)$
mit Σ_{act} = Neutroneneinfangquerschnitt, F = Fläche der Indiumfolie, d = Dicke der Indiumfolie und δ_i bzw. δ_a = die innere bzw. äußere Flussdepression ist.

Die Lösung dieser Differentialgleichung sieht wie folgt aus:

$$A(t) = R \cdot \Phi \left(1 - e^{-\lambda T}\right) \cdot e^{-\lambda t} \quad (8)$$

1.3 Wirkungsquerschnitt

Der mikroskopische Wirkungsquerschnitt σ ist eine Größe, die die Anzahl der registrierten Ereignisse \dot{N} in einer Reaktion um die Zahl der Reaktionspartner, sowie Ausdehnung und ggf. Ansprechwahrscheinlichkeit des Detektors $\epsilon(\Delta\Omega)$ miteinander verknüpft.

$$\sigma = \frac{\dot{N}}{\Phi_e \cdot N_T \cdot \epsilon(\Delta\Omega)} \quad (9)$$

mit Φ_e = einfallender Teilchenfluss und N_T = Anzahl der Teilchen im Target. Es ist auch möglich sich einen makroskopischen Wirkungsquerschnitt Σ zu definieren, welcher die Anzahl der Teilchen in einem Volumenelement und deren Dichte mitberücksichtigt:

$$\Sigma = \frac{\rho \cdot N_A}{M} \cdot \sigma \quad (10)$$

mit ρ = Dichte des Materials, M = Molmasse und N_A = Avogadro-Konstante. Die mittlere freie Weglänge λ eines einfallenden Teilchens im Material ergibt sich durch:

$$\lambda = \frac{1}{\Sigma} \quad (11)$$

1.4 Fermi'sche Alterstheorie

Mit der Fermi'sche Alterstheorie ist es möglich die räumliche Verteilung von Neutronen, die durch Diffusion während der Bremsung entsteht, in Abhängigkeit von deren Energie darzustellen. Dabei werden folgende Annahmen gemacht:

- Es werden monoenergetische Startneutronen betrachtet.
- Das moderierende Medium wird als unendlich ausgedehnt angesehen.
- Es entsteht kein Neutronenverlust durch Absorption.
- Pro Stoß wird nur ein geringer Energiebetrag an den Stoßpartner übertragen, so dass die Abbremsung als kontinuierlich angesehen werden kann.

Mit diesen Annahmen kann die folgende Differentialgleichung für die Bremsdichte $q = q(r, \tau(E_0, E))$ der Neutronen hergeleitet werden:

$$\Delta q = \frac{\partial q}{\partial \tau} \quad (12)$$

wobei τ das sogenannte Fermi-Alter ist und die Dimension einer Fläche hat. Die Bremsdichte ist dabei definiert als die Anzahl der Neutronen im Abstand r , die pro Volumen- und Zeiteinheit die Energie E unterschreiten. Für eine monoenergetische und punktförmige Quelle der Stärke \dot{Q} lautet die Lösung der Differentialgleichung:

$$q = \frac{\dot{Q}}{(4\pi\tau)^{\frac{3}{2}}} \cdot e^{-\frac{r^2}{4\tau}} \quad (13)$$

2 Auswertung

2.1 Einstellung des Arbeitspunkts an den Detektoren

Für die Messung stehen die drei Detektoren A, B und D zur Verfügung (dies sind Durchfluss-Methan-Zählrohre), die wie das Geiger-Müller-Zählrohr abhängig von der angelegten Spannung mehrere Bereiche aufweisen (Rekombinationsbereich, Proportionalitätsbereich, Plateau-Bereich, Materialentladung). Im vorliegenden Versuch werden Neutronen aus einem Am-Be Pulver emittiert, wobei ^{241}Am als α -Strahler dient und die Reaktion $^9\text{Be}(\alpha, n)^{12}\text{C}$ ermöglicht. Die Neutronen können dann auf Indiumfolien treffen und durch Neutroneneinfang ^{115}In zu $^{116}\text{In}^*$ werden lassen. Dieses angeregte Isotop ist β -aktiv und zerfällt zu ^{116}Sn unter Aussendung eines Elektrons und eines Antineutrinos. Die Detektoren sollen die entstandenen Elektronen zählen, wobei die Energie der Elektronen für den Versuch unerheblich ist. Deswegen muss der Arbeitspunkt geeignet gewählt werden. Dazu nimmt man die Kennlinien der Detektoren mithilfe einer Uran-Probe (sie enthält vorwiegend den α -Strahler ^{238}U) auf, indem man die Spannung von 3 V bis ca. 6 V steigert (s. Abb. 3). Da bei Detektor B der Wert für 5,8 kV bereits 42112 Counts beträgt und die Graphik damit stark stauchen würde, ist er nicht eingezeichnet.

Es werden folgende Arbeitspunkte gewählt: $U_A = 5,2 \text{ kV}$, $U_B = 4,8 \text{ kV}$ und $U_D = 4,8 \text{ kV}$.

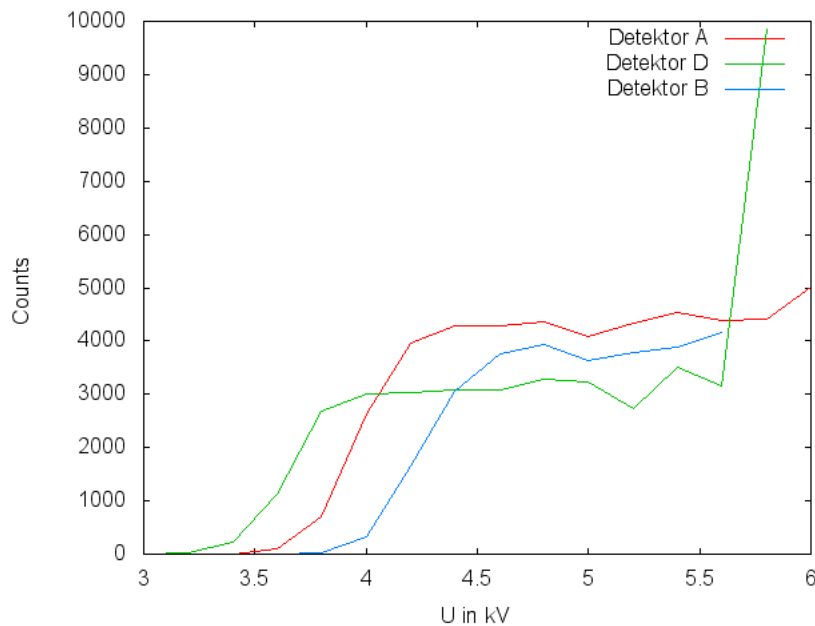


Abbildung 3: Kennlinien der Detektoren

2.2 Aufgabe 1: Effektive Zählraten

Um auf die effektiven Zählraten von thermischen und epithermischen Neutronen zu kommen, werden drei Messungen gebraucht, und zwar mit und ohne Cd-Ummantelung der In-Sonden bei verschiedenen Abständen von der Quelle sowie eine Messung der Untergrundzählrate (des Nulleffekts). Der Nulleffekt ergibt die Werte 2048 ± 45 Counts bei Detektor A, 1665 ± 41 bei Detektor B und 2785 ± 53 bei Detektor D, wobei $t = 2480$ s gemessen wird. Angegeben sind die statistischen Fehler $\Delta N = \sqrt{N}$ für eine Messung von N Counts. In den Tabellen 4 und 5 sind der Abstand in cm, N , ΔN , N_{eff} und ΔN_{eff} in Counts sowie $\dot{z}_{\infty}^{(0)}$ und $\Delta \dot{z}_{\infty}^{(0)}$ in Bq eingetragen.

Der Untergrund muss über $N_{eff} = N - \frac{480s}{2480s} N_{0,i}$ von den gemessenen Counts abgezogen werden, wobei die $t' = 480$ s daher kommen, dass sowohl die Messung mit als auch ohne Cd-Ummantelung $\Delta t = 8$ min gedauert hat. Der Index i steht für den jeweiligen Detektor, an dem der Messwert N aufgenommen worden ist. Für den statistischen Fehler ergibt sich hieraus $\Delta N_{eff} = \sqrt{N + \left(\frac{480}{2480}\right)^2 N_{0,i}}$. Mit der Zählrate $\dot{z}(t)$ folgt

$$\begin{aligned} N_{eff} &= \int_{t_1}^{t_1+\Delta t} \dot{z}(t) dt \\ &= \int_{t_1}^{t_1+\Delta t} \dot{z}_{\infty}^{(0)} (1 - e^{-\lambda T}) e^{-\lambda t} dt \\ &= \dot{z}_{\infty}^{(0)} (1 - e^{-\lambda T}) \frac{-1}{\lambda} e^{-\lambda t} \Big|_{t_1}^{t_1+\Delta t} \end{aligned}$$

wobei $T = 3600$ s die Aktivierungszeit bei beiden Messungen, t_1 die jeweiligen Startzeiten der Messungen nach der Aktivierung, $\lambda = \ln(2)/T_{1/2}$ die Zerfallskonstante von Indium mit der Halbwertszeit $T_{1/2} = 54$ min und $\dot{z}_{\infty}^{(0)}$ die Zerfallsrate bei $T = \infty$ sowie $t = 0$ sind. Dies lässt sich umformen, um $\dot{z}_{\infty}^{(0)}$ zu berechnen ($\dot{z}_{\infty}^{(0)}$ ist proportional zu N_{eff} und der statistische Fehler $\Delta \dot{z}_{\infty}^{(0)}$ ist ebenfalls proportional zu ΔN_{eff}).

Abstand	Detektor	N	ΔN	N_{eff}	ΔN_{eff}	$\dot{z}_{\infty}^{(0)}$	$\Delta \dot{z}_{\infty}^{(0)}$
5	A	15798	126	15402	126	48,4	0,4
10	B	4966	70	4644	71	14,6	0,22
15	D	2010	45	1471	46	4,62	0,14
20	A	1049	32	653	34	2,05	0,11
25	B	596	24	274	26	0,86	0,08
30	D	564	24	25	26	0,078	0,081

Abbildung 4: Messwerte mit Cd

Abstand	Detektor	N	ΔN	N_{eff}	ΔN_{eff}	$\dot{z}_{\infty}^{(0)}$	$\Delta \dot{z}_{\infty}^{(0)}$
5	A	161756	402	161360	402	487,7	1,2
10	B	65986	257	65664	257	198,5	0,8
15	D	32972	182	32433	182	98	0,55
20	A	11040	105	10644	105	32,2	0,3
25	B	4643	68	4321	69	13,1	0,2
30	D	2162	46	1623	48	4,9	0,14

Abbildung 5: Messwerte ohne Cd

Die Werte $\dot{z}_{\infty}^{(0)}$ der Messung mit Cd-Ummantelung entsprechen der Aktivierung durch epithermische Neutronen, da Cadmium einen hohen Wirkungsquerschnitt für den Einfang thermischer Neutronen aufweist, sodass durch die Cd-Ummantelung thermische Neutronen absorbiert werden und nicht zur In-Sonde gelangen. Um die Werte bei der Aktivierung von thermischen Neutronen zu erhalten, muss die Differenz der Messwerte zu gegebenem Abstand gebildet werden, wobei hier der statistische Fehler durch die Gauß'sche Fortpflanzung berechnet wird (s. Tabelle 6). Es werden hier und im Folgenden die Abkürzungen "therm" für thermische Neutronen und "epi" für epithermische Neutronen eingeführt.

Abstand / cm	$\dot{z}_{\infty,therm}^{(0)}$	$\Delta \dot{z}_{\infty,therm}^{(0)}$	$\dot{z}_{\infty,epi}^{(0)}$	$\Delta \dot{z}_{\infty,epi}^{(0)}$
5	439,3	1,3	48,4	0,4
10	183,9	0,8	14,6	0,22
15	93,4	0,6	4,62	0,14
20	30,1	0,3	2,05	0,11
25	12,2	0,2	0,86	0,08
30	4,8	0,2	0,078	0,081

Abbildung 6: Effektive Zählraten (in Bq)

2.3 Aufgabe 2: Fermi-Alter (durch Neutronenbremsung)

Die effektiven Zählraten werden über r^2 halblogarithmisch aufgetragen und die Datenpunkte im mittleren Bereich werden linear angepasst (angefittet). Als Fitfunktion wird $f(x) = \ln a - x/b$ genommen, da ein Verlauf proportional zu $e^{-\frac{r^2}{4\tau}}$ angenommen wird (diese Funktion folgt aus der Theorie des Fermi-Alters). Die Auftragungen und Fits sind in den Abb. 7 und 8 zu finden. Folglich gilt für das Fermi-Alter $\tau = \frac{b}{4}$ und $\Delta\tau = \frac{\Delta b}{4}$, wobei wir die statistischen Fehler Δb von den Fitfehlern übernommen haben (s. Tabelle 9). Die Literaturwerte liegen bei $\tau_{therm,lit} = 33 \text{ cm}^2$ bzw. $\tau_{epi,lit} = 31 \text{ cm}^2$, sodass unsere gemessenen Werte von diesen relativ stark abweichen ($\frac{|\tau_{therm,lit} - \tau_{therm}|}{\tau_{therm,lit}} = 0,34$ und $\frac{|\tau_{epi,lit} - \tau_{epi}|}{\tau_{epi,lit}} = 0,82$). Dies kann dadurch erklärt werden, dass die Alterstheorie nach Fermi für Wasser schlecht anwendbar ist, da eine der Voraussetzungen für die Herleitung der Gleichungen ist, dass pro Stoß nur ein geringer Energiebetrag an den Stoßpartner übertragen werden kann. Bei Wasser ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, da die in Wasser enthaltenen Wasserstoffatome auch nahezu die gesamte Energie der Neutronen absorbieren können.

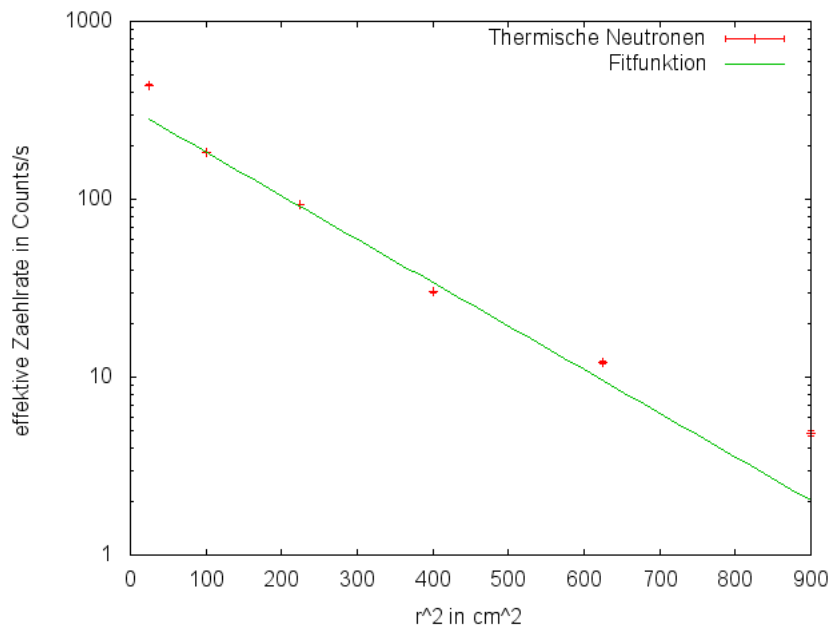


Abbildung 7: Thermische Neutronen (nach Aufgabe 2)

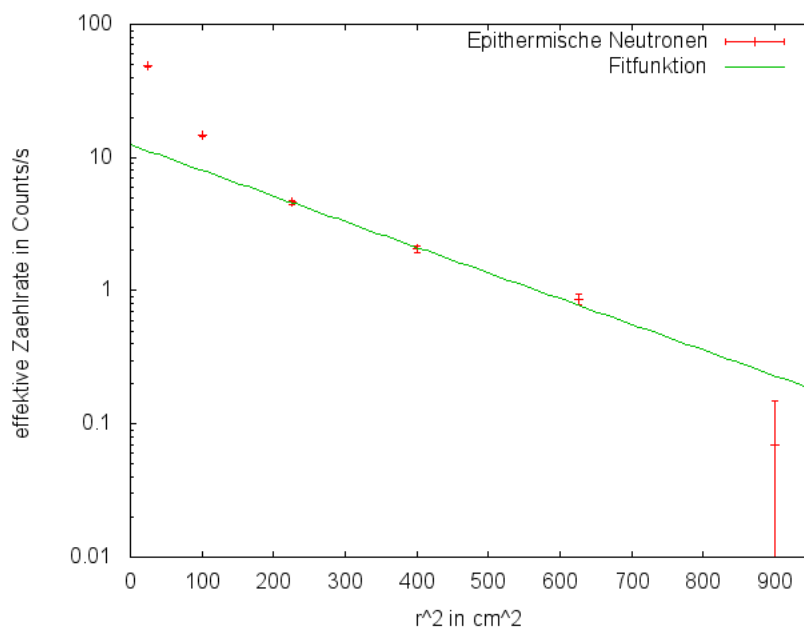


Abbildung 8: Epithermische Neutronen (nach Aufgabe 2)

	b / cm^{-2}	$\Delta b / \text{cm}^{-2}$	τ / cm^{-2}	$\Delta \tau / \text{cm}^{-2}$
thermisch	177,3	8,0	44,3	2,0
epithermisch	225,4	12,2	56,4	3,1

Abbildung 9: Fitparameter und Fermi-Alter

2.4 Aufgabe 3: Wirkungsquerschnitte (durch Neutronendiffusion)

Bei großen Abständen von der Quelle lässt sich die Bewegung der Neutronen als Diffusion verstehen. Diese kann man als $\dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) = \frac{A}{r^2} e^{-\Sigma r}$ mit einer Konstanten A und dem makroskopischen Wirkungsquerschnitt Σ formulieren. Um eine lineare Regressionskurve zu ermöglichen, wird $r^2 \dot{z}_{\infty}^{(0)}$ über r aufgetragen und die Fitfunktion $s(x) = \ln c - \Sigma x$ (s. Abb. 10 und 11) benutzt. Aus Σ berechnet man den mikroskopischen Wirkungsquerschnitt über $\sigma = \frac{A}{N_A \rho} \Sigma$ mit der Avogadro-Konstante N_A , der Dichte von Wasser $\rho \approx 1 \text{ g/cm}^3$ und der Molmasse von Wasser $A = 18 \text{ g/mol}$ (s. Tabelle 12). Aus dem Datenblatt "Das Neutron" (s. [1]) lassen sich nun die Werte $E_{0,therm} = 3 \text{ MeV}$ und $E_{0,epi} = 5 \text{ MeV}$ herauslesen, sodass man $\overline{E_0} = (4 \pm 1,5) \text{ MeV}$ erhält. Dabei nehmen wir zusätzlich zur Diskrepanz der Werte von 2 MeV einen Ablesefehler von 0,5 MeV an, da durch die doppellogarithmische Auftragung der Graphik im Datenblatt ein Ablesen stark erschwert wird.

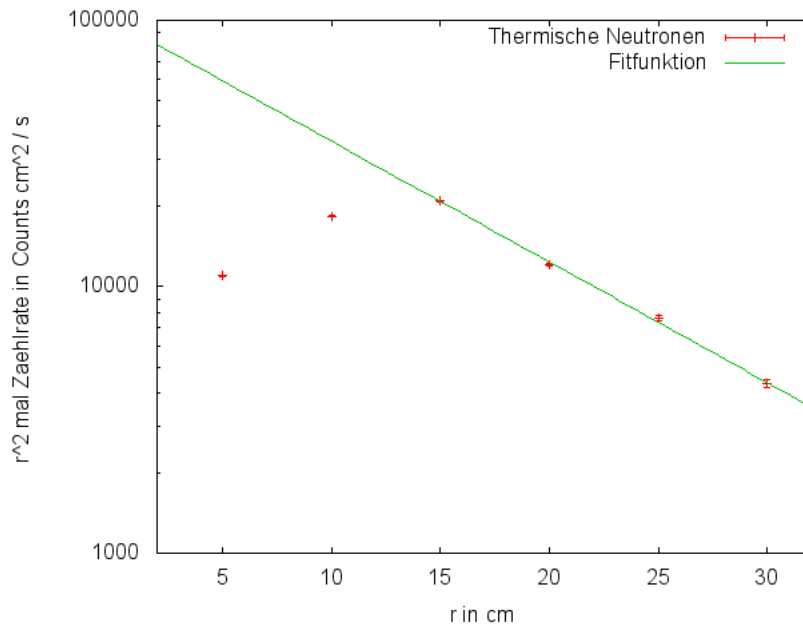


Abbildung 10: Thermische Neutronen (nach Aufgabe 3)

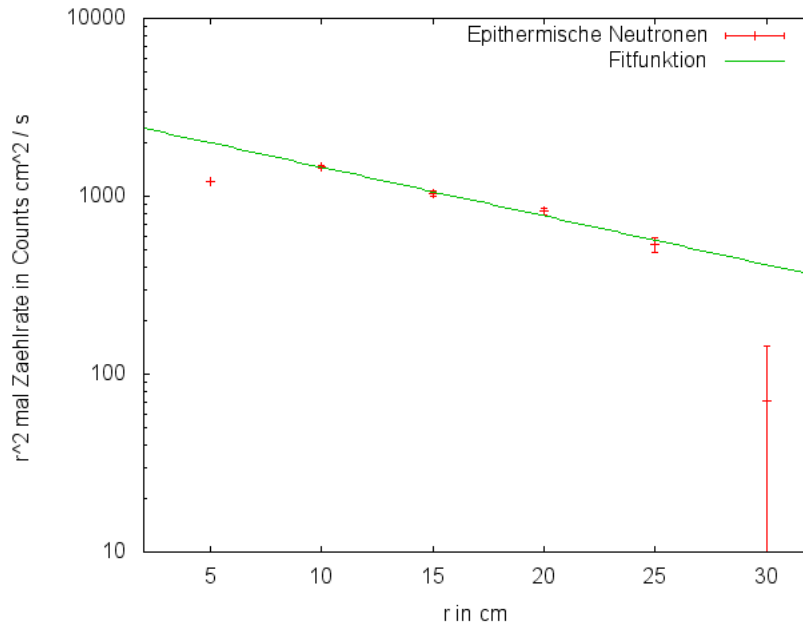


Abbildung 11: Epithermische Neutronen (nach Aufgabe 3)

	Σ / cm^{-1}	$\Delta\Sigma / \text{cm}^{-1}$	σ / b	$\Delta\sigma / \text{b}$
thermisch	0,1044	0,0033	3,12	0,10
epithermisch	0,0631	0,0042	1,89	0,13

Abbildung 12: Wirkungsquerschnitte

2.5 Aufgabe 4: Fluss thermischer Neutronen

Der Fluss thermischer Neutronen kann aus den effektiven Zährraten berechnet werden

$$\Phi_{th}(r) = A \cdot \dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) = \frac{100/\text{cm}^2}{F/\text{cm}^2} \cdot \dot{z}_{\infty}^{(0)}(r)$$

wobei F die Fläche der In-Folien ist. Im Versuch sind die In-Sonden kreisförmig mit Durchmesser $d = 2,9 \text{ cm}$, sodass man $F = \frac{\pi d^2}{4}$ und $A = 15,14 \text{ cm}^{-2}$ erhält. In A fließen der Wirkungsquerschnitt für den Empfang thermischer Neutronen, die Korrekturfaktoren für die innere und die äußere Flussdepression, die Dicke der Folien, der Raumwinkel (bei uns ist es der halbe Raumwinkel) sowie der Korrekturfaktor für die β -Selbstabsorption innerhalb der In-Folie ein, wobei die Foliendicke so gewählt worden ist, dass A möglichst klein ist, damit möglichst hohe Raten gemessen werden können. A wurde als fehlerlos betrachtet und nur den Fehler der effektiven Zährraten verwendet.

Abstand / cm	5	10	15	20	25	30
$\Phi_{th} / \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$	6650	2783	1414	456	184,7	73,1
$\Delta\Phi_{th} / \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$	19	12	8,6	5,1	3,4	2,5

Abbildung 13: Fluss thermischer Neutronen

2.6 Aufgabe 5: Stärke der Neutronenquelle

Nun soll die Stärke der Neutronenquelle durch die Integration des Flusses über das gesamte Volumen berechnet werden. Es gilt

$$\begin{aligned}
 \dot{Q} &= \int_0^{\infty} \Sigma_a \Phi_{th}(r) 4\pi r^2 dr \\
 &= 4\pi \Sigma_a A \int_0^{\infty} \dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) r^2 dr \\
 &= C \left(\int_0^{30cm} \dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) r^2 dr + \int_{30cm}^{\infty} \dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) r^2 dr \right) \\
 &\approx C \left(\int_0^{30cm} \dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) r^2 dr + \frac{(30\text{ cm})^2 \cdot \dot{z}_{\infty}^{(0)}(30\text{ cm})}{\Sigma} \right)
 \end{aligned}$$

mit den Literaturwerten für den makroskopischen Wirkungsquerschnitt $\Sigma = 0,0575\text{ cm}^{-1}$ und den makroskopischen Absorptionsquerschnitt für den Neutroneneinfang am Proton $\Sigma_a = 0,0127\text{ cm}^{-1}$ für thermische Neutronen sowie $C = 4\pi \Sigma_a A$. In der letzten Zeile wird angenommen, dass sich der Integrand bis $r = \infty$ nach $\dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) = \frac{A}{r^2} e^{-\Sigma r}$ asymptotisch fortsetzen lässt. Die graphische Integration wird hier mithilfe der Sehnentrapezformel gemacht, das heißt man verbindet die Messpunkte $\dot{z}_{\infty}^{(0)}(r)$ und bildet die Mittelwerte m_i zweier benachbarter Punkte. Diese Mittelwerte multipliziert man mit dem Abstand d_i der beiden Punkte, sodass man den Flächeninhalt eines Rechtecks $A_i = m_i d_i$ erhält. Dieser Flächeninhalt entspricht dem Flächeninhalt des durch die Punkte aufgespannten Trapezes. Die Fläche kann in Abb. 14 betrachtet werden. Man erhält auf diese Weise $\dot{Q} = (1,05 \pm 0,11)\text{ MBq}$, wobei wir wegen dieser ungenauen Integration einen zehnpromzentigen Fehler annehmen, in den auch die (geringen) Gaußfehler der Funktionswerte einfließen (sie sind proportional zu den Fehlern von $\dot{z}_{\infty}^{(0)}(r)$ und liegen daher im Bereich von 5 % im Mittel, also kleiner als der angenommene Fehler).

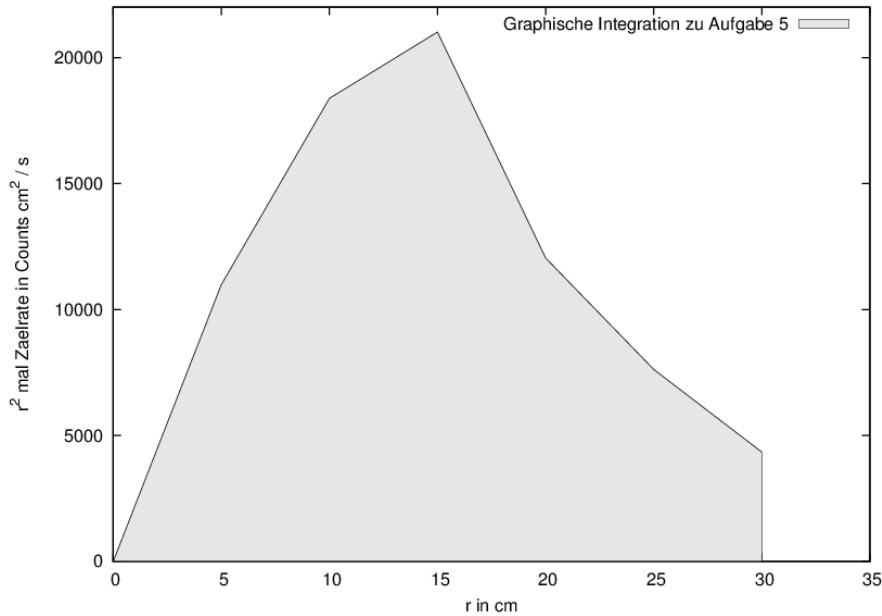


Abbildung 14: $\dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) \cdot r^2$ aufgetragen über r . Die graue Fläche ist der Teil des Integrals bis $r = 30$ cm, dahinter wird eine asymptotische Fortsetzung angenommen.

2.7 Aufgabe 6: Mittlerer Quadratischer Abstand

Um den mittleren Quadratischen Abstand für die epithermischen Neutronen

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_0^{\infty} \dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) r^4 dr}{\int_0^{\infty} \dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) r^2 dr} = 6\tau$$

auszurechnen, der proportional zum Fermi-Alter ist, müssen zwei Integrale gelöst werden. Unser Verfahren ist analog zu dem in Aufgabe 5, d.h. wir rechnen

$$\int_0^{\infty} \dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) r^2 dr = \int_0^{30\text{cm}} \dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) r^2 dr + \frac{(30\text{cm})^2 \cdot \dot{z}_{\infty}^{(0)}(30\text{cm})}{\Sigma}$$

und

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} \dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) r^4 dr \\ &= \int_0^{30\text{cm}} \dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) r^4 dr + \frac{30^2 \cdot \dot{z}_{\infty}^{(0)}(30\text{cm})}{\Sigma cm} \left[30^2 + \frac{60}{\Sigma cm} + \frac{2}{(\Sigma cm)^2} \right] cm^5 \end{aligned}$$

wobei wie in Aufgabe 5 jeweils der erste Term auf den rechten Seiten der Gleichungen mithilfe der Sehnentrapezformel berechnet wird (s. Abb. 15 und 16) und der jeweils zweite Term dadurch entsteht, dass angenommen wird, dass sich $\dot{z}_{\infty}^{(0)}(r)$ wie $\dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) = \frac{A}{r^2} e^{-\Sigma r}$ nach ∞ asymptotisch fortsetzen lässt. Auch hier ist $\Sigma = 0,0575 \text{ cm}^{-1}$ der Literaturwert.

Hieraus erhält man $\langle r^2 \rangle = (324 \pm 32) \text{ cm}^2$ und $\tau_{epi,A6} = (54, 0 \pm 5, 4) \text{ cm}^2$, wobei analog zur Aufgabe 5 ein zehnpromzentiger Fehler angenommen wird. Interessanter Weise sind die Fermi-Alter der epithermischen Neutronen aus den Aufgaben 2 und 6 nahezu gleich groß ($\tau_{epi,A2} = (56, 4 \pm 3, 1) \text{ cm}^2$, s. Tabelle 9), jedoch unterscheiden sie sich deutlich vom Literaturwert $\tau_{epi,lit} = 31 \text{ cm}^2$.

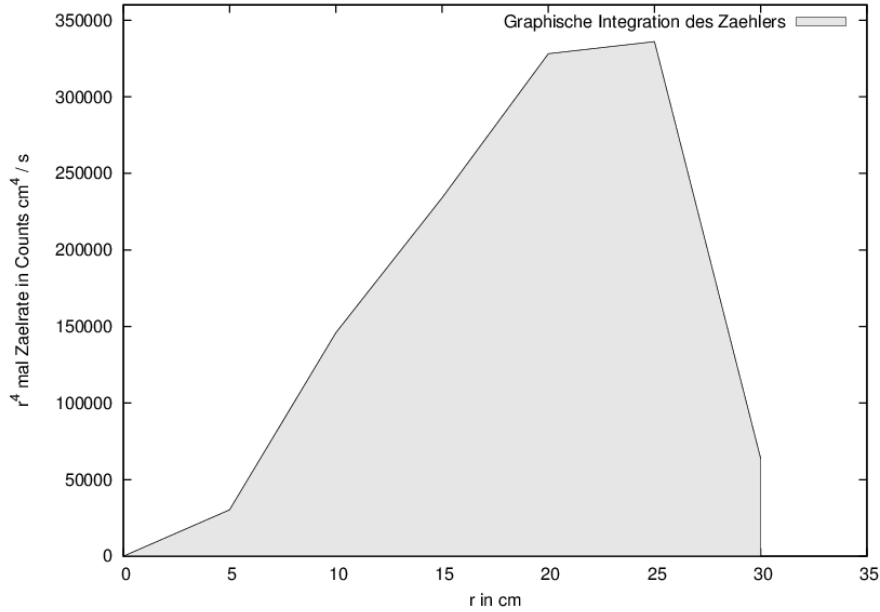


Abbildung 15: $\dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) \cdot r^4$ aufgetragen über r . Die graue Fläche ist der Teil des Integrals bis $r = 30 \text{ cm}$, dahinter wird eine asyomptotische Fortsetzung angenommen.

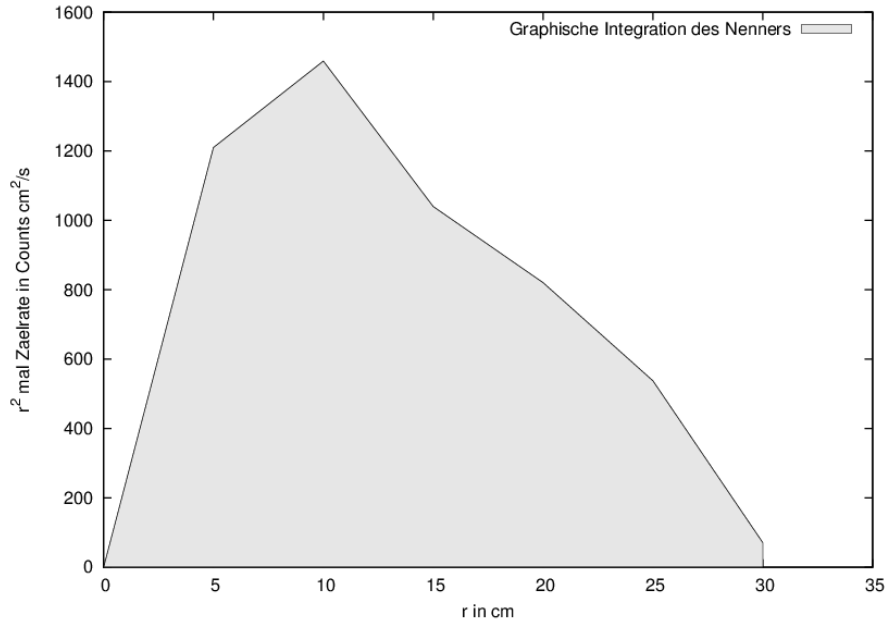


Abbildung 16: $\dot{z}_{\infty}^{(0)}(r) \cdot r^2$ aufgetragen über r . Die graue Fläche ist der Teil des Integrals bis $r = 30 \text{ cm}$, dahinter wird eine asyomptotische Fortsetzung angenommen.

3 Diskussion der Werte

Bei der Messung der Fermi-Alter der thermischen bzw. epithermischen Neutronen mithilfe der Fermi'schen Alterstheorie haben wir statt der Literaturwerte $\tau_{therm,lit} = 33 \text{ cm}^2$ und $\tau_{epi,lit} = 31 \text{ cm}^2$ die höheren Fermi-Alter $\tau_{therm} = (44, 3 \pm 2, 0) \text{ cm}^2$ bzw. $\tau_{epi} = (56, 4 \pm 3, 1) \text{ cm}^2$ aus unseren Messdaten berechnet. Auch mithilfe des quadratischen Abstands $\langle r^2 \rangle$, der nach der Fermi'schen Alterstheorie 6τ entspricht, bekamen wir ein ähnliches Ergebnis für das Fermi-Alter der epithermischen Neutronen $\tau_{epi,A6} = (54, 0 \pm 5, 4) \text{ cm}^2$. Wie in Aufgabe 2 bereits diskutiert, ist die Alterstheorie nach Fermi für Wasser als Moderator nicht anwendbar, da aber bei beiden Messungen die Fermi-Theorie als Grundlage zur Bestimmung des Fermi-Alters diente, stimmen die Messungen in ihren Fehlergrenzen überein, zeigen aber wie erwartet eine Diskrepanz zum Literaturwert.

In Aufgabe 3 bestimmten wir die Wirkungsquerschnitte zu $\Sigma_{therm} = (0, 104 \pm 0, 003) \text{ cm}^{-1}$ und $\Sigma_{epi} = (0, 063 \pm 0, 004) \text{ cm}^{-1}$, die mikroskopischen zu $\sigma_{therm} = (3, 12 \pm 0, 1) \text{ b}$ und $\sigma_{epi} = (1, 89 \pm 0, 13) \text{ b}$ sowie die mittlere Neutronenenergie zu $\overline{E_0} = (4 \pm 1, 5) \text{ MeV}$. Da wir mittlere Neutronenenergien im Bereich von 5 bis 6 MeV erwartet haben, scheint das Ergebnis unsere Erwartung zu bestätigen. Erkennbar ist aber auch, dass unser makroskopischer Wirkungsquerschnitt für thermische Neutronen fast doppelt so groß ist wie der Literaturwert $\Sigma_{lit,therm} = 0, 0575 \text{ cm}^{-1}$, sodass auch die mikroskopischen Wirkungsquerschnitte sowie die Bestimmung der mittleren Energie relativ stark fehlerbehaftet sein müssen.

Aus unseren Messdaten konnten wir außerdem den Fluss thermischer Neutronen in Abhängigkeit vom Abstand zur Quelle bestimmen sowie die Stärke der Neutronenquelle $\dot{Q} = (1, 05 \pm 0, 11) \text{ MBq}$ und den mittleren quadratischen Abstand $\langle r^2 \rangle = (324 \pm 32) \text{ cm}^2$.

Bemerkenswert ist, dass aus nur 15 Messwerten (jeweils 6 mit und ohne Cd-Folie sowie 3 zur Bestimmung des Untergrunds) so viele Aussagen über die Bremsung, den Fluss und die Diffusion von Neutronen in Wasser gemacht werden können.

Literatur

- [1] **Datenblatt: Das Neutron**, Institut für Kernphysik, T.H. Darmstadt
- [2] **Versuchsbeschreibung**, J. Enders und K. Schweda, April 1998
- [3] **Gerthsen Physik**, D.Meschede, 21. Auflage
- [4] **Vorlesungsskript Kernphysik**, Prof. Thorsten Kröll, SS 09
- [5] **Vorlesungsnotizen Kernphysik**, Prof. Norbert Pietralla, WS 10/11
- [6] **Literaturmappe: Bremsung und Diffusion von Neutronen**,
TU Darmstadt, Versuch 2.5, Abteilung C