
Zeeman-Effekt

Ilja Homm und Thorsten Bitsch
Betreuer: Florian Löw
23.04.2012



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fortgeschrittenen-Praktikum
Abteilung B

Inhalt

1 Einleitung

Ziel des Versuchs ist es den Zeeman-Effekt zu untersuchen und die Vorhersagen der Quantenmechanik zu überprüfen. Dazu werden mit Hilfe eines mehrkomponentigen Versuchsaufbaus (opt. Linsen, Elektromagnet, Farbfilter, Fabry-Perót Interferometer, Blende, CCD-Kamera) die Übergänge bestimmter Anregungsenergien und Zeeman-Aufspaltungen von Helium und Quecksilber untersucht.

1.1 klassische Erklärung des normalen Zeeman-Effekts

Wird an eine Gasröhre eine Hochspannung angelegt, leuchtet diese auf Grund von elektrischer Anregung. Wird das Spektrum dieses Lichtes untersucht, so lassen sich charakteristische Wellenlängen für das jeweilige Gas messen (Spektroskopie). Findet dies in einem Magnetfeld statt, lässt sich je nach Beobachtungsrichtung unterschiedliche Polarisation des emittierten Lichtes messen. Wird das Licht orthogonal zur B-Feldrichtung beobachtet, lassen sich drei linear polarisierte Linien messen. Entlang der B-Feldrichtung lässt sich kein linear polarisiertes Licht, sondern zwei Linien, deren Wellen rechts-, bzw. linkspolarisiert sind, messen.

Dieser Effekt wurde bereits 1845 von Faraday beobachtet und schließlich 1896 von Lorentz versucht klassisch zu erklären. Als im Gas vorhandene Lichtquellen nahm er mikroskopische hertzische Dipole an, die in drei Raumkoordinaten schwingen. Auf Grund der Lorentzkraft beginnen transversal zur B-Feldrichtung schwingende Dipole um diese zu präzedieren. Die präzedierenden Dipole senden zirkular polarisiertes Licht (σ^\pm), die parallel zur B-Feldrichtung schwingenden Dipole senden linear polarisiertes Licht (π) aus.

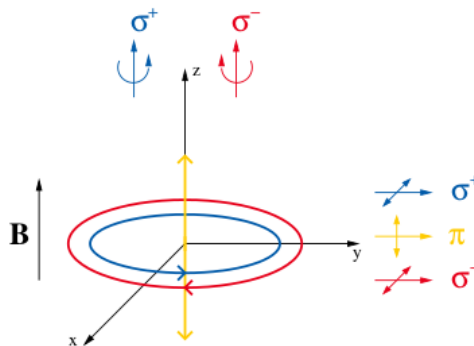


Abbildung 1: schwingende Dipole im B-Feld [1]

Wird das Spektrum des emittierten Lichts unter B-Feldeinfluss untersucht, ist erkennbar, dass die einzelnen charakteristischen Linien des Gases nochmal in unterschiedliche Linien aufspalten. Im klassischen Bild besitzen die σ^\pm -Linien je nach Vorzeichen eine positive bzw. negative Verschiebung ihrer Energie (Frequenz).

1.2 Quantenmechanische Erklärung des Zeeman-Effekts

In der Quantenmechanik (QM) wird nicht mehr das Modell von klassischen Teilchen angenommen. Vielmehr besitzen quantenmechanische Objekte eine Wellenfunktion, die beispielsweise keine scharfen Orts- und Impulsfunktionen für eben diese Objekte mehr zulässt und den Widerspruch des Welle-Teilchen-Dualismus in der klassischen Physik aufhebt. Außerdem sagt die

QM Phänomene, wie beispielsweise optische Übergänge von angeregten Atomen besser vorher, als dies beispielsweise in der klassischen Physik der Fall ist. Auch führt die Quantenmechanik eigene Drehimpulse (z.B. Spin) ein.

1.2.1 Energieeigenwerte

Die Anregungsenergien eines Atoms entsprechen den Eigenwerten des Hamiltonoperators dieses Systems. Dieser lässt sich allgemein wie folgt aufstellen:

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}_C + \underbrace{\hat{V}_{SS} + \hat{V}_{LL} + \hat{V}_{LS}}_{\text{magn. WW}} \quad (1)$$

Dabei steht \hat{T} für den Operator für die kinetische Energie des Systems und \hat{V}_C für die Coulombwechselwirkung der sich im Atom befindlichen Elektronen mit dem Kern. Die magnetischen Wechselwirkungen sind durch Operatoren für verschiedene Kopplungen von Drehimpulsen und Spins gegeben. Für Wechselwirkungen mit Kernspin müssen weitere Operatoren hinzugefügt werden (Erklärung der Hyperfeinstruktur), worauf hier bewusst verzichtet wird.

Die Notation für einen Besetzungszustand nach Russel und Saunders lautet:

$$^{2S+1}L_J, \quad (2)$$

wobei S für den Spin, L für den Bahndrehimpuls und J für den Gesamtdrehimpuls des Zustandes steht.

1.2.2 quantenmechanische Drehimpulse und Kopplungstypen

- LS-Kopplung: Die LS-Kopplung liegt vor, wenn die SS- und die LL-Kopplung groß gegenüber der LS-Kopplung ist. In diesem Fall addieren sich alle Spins s_i zu S und alle Drehimpulse l_i zu L und addieren sich zu einem Gesamtdrehimpuls $J = L + S$.
- JJ-Kopplung: Ist die LS-Kopplung groß gegenüber der SS- und LL-Kopplung, koppeln hierbei alle l_i und s_i zu j_i und der Gesamtdrehimpuls ist $J = \sum_i j_i$

1.2.3 Auswahlregeln

Für die Übergänge zwischen einzelnen Energieniveaus im Atom gelten bestimmte Auswahlregeln, die aus der QM folgen und hier nur kurz aufgelistet werden:

Δ Quantenzahl	erlaubter Wert	
Δm_j	$0, \pm 1$	
ΔL	± 1	
ΔS	0	für leichte Atome
ΔJ	$0, \pm 1$	für $J = J'$, dann ist $m_J = 0 \rightarrow m_{J'} = 0$ verboten

Übergänge, die diese Auswahlregeln nicht erfüllen, sind verboten und existieren nicht.

1.2.4 der normale Zeeman-Effekt

Der normale Zeeman-Effekt ist ein Spezialfall des anomalen Zeeman-Effekts und liegt für $S = 0$ vor. Die Energieniveaus spalten im B-Feld dann in $2L + 1$ Niveaus auf. Für die Energieaufspaltung gilt dann:

$$\Delta E_m = \mu_B \cdot B \cdot m \cdot g_L \quad (3)$$

mit $\mu_B = \frac{e \cdot \hbar}{2m_e} = 9,274015 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$, $g_L = 1$ und $-L \leq m \leq L$

1.2.5 der anomale Zeeman-Effekt

Ist das äußere B-Feld schwach genug, sodass L und S nicht entkoppeln, so gilt für die Energieaufspaltung beim Übergang von $J \rightarrow J'$:

$$\Delta E = \mu_B \cdot B \cdot \underbrace{(m_J g_J - m_{J'} g_{J'})}_{g_{\text{eff}}} \quad (4)$$

mit dem Landé-Faktor g_J

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \quad \text{da } g_S \approx 2 \text{ und } g_L = 1 \quad (5)$$

und die Linienaufspaltung wird anomaler Zeeman-Effekt genannt.

1.2.6 der Paschen-Back-Effekt

Ist das äußere B-Feld stark genug, sodass L und S entkoppeln, so gilt für die Energieaufspaltung

$$\Delta E = \mu_B \cdot B \cdot [(m_S g_S + m_L g_L) - m_{J'} g_{J'}] \quad (6)$$

und die Linienaufspaltung wird Paschen-Back-Effekt genannt.

2 Versuchsaufbau

Abbildung 2 zeigt den prinzipiellen Versuchsaufbau.

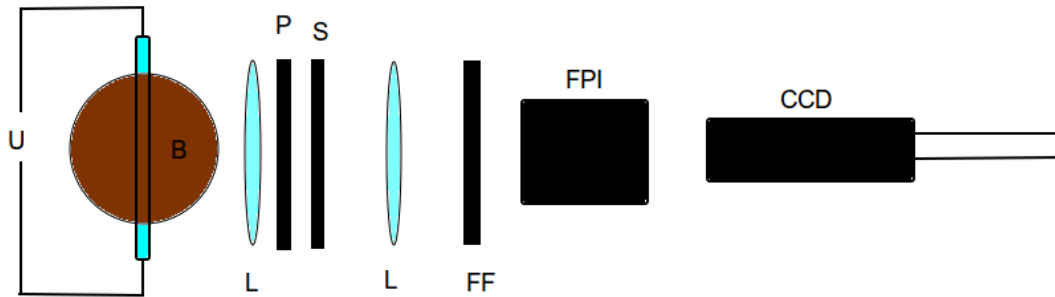


Abbildung 2: Versuchsaufbau

U: Hochspannungsquelle; B: Magnetspule; L: opt. Linsen; FPI: Fabry-Perót Interferometer; P: Polarisator; S: Blende; FF: Farbfilter; CCD: Digitalkamera;

Die Hochspannungsquelle (500 V Wechselspannung) bringt das Gas zum Leuchten. Der Polarisator ermöglicht die Selektion von π bzw. σ^\pm Linien. Die gewünschte Wellenlänge wird über einen Farbfilter selektiert. Das Fabry-Perót Interferometer erzeugt die Interferenzmuster, welche von der Kamera aufgenommen werden. Blende und Linsen dienen im Versuch lediglich der besseren Abbildung der Lichtquelle.

2.1 Fabry-Perót Interferometer

Das Fabry-Perót Interferometer besteht aus zwei planparallelen teildurchlässigen Spiegeln mit hoher Reflektivität (siehe Abbildung 3). Trifft eine elektromagnetische Welle unter einem Winkel auf ein solches Interferometer, entsteht bei anschließender Fokussierung der austretenden Welle ein Interferenzmuster in Form konzentrischer Ringe.

Um die Bedingung für konstruktive Interferenz der Ordnung m und Wellenlänge λ herzuleiten muss gelten:

$$\lambda \cdot m = s_2 + s_3 - s_1 \quad \text{mit } m \in \mathbb{N}_0 \quad (7)$$

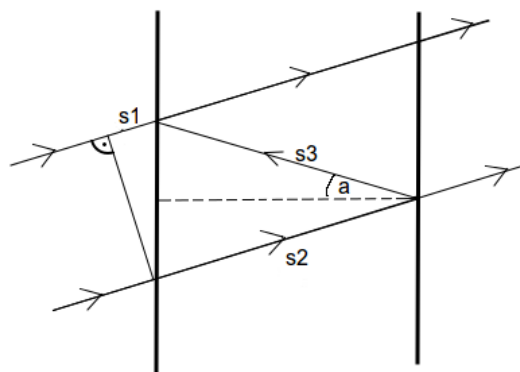


Abbildung 3: Prinzip eines Fabry-Perót Interferometers

Offensichtlich ergeben sich für die Wegstrecken s_1 , s_2 , s_3 folgende Beziehungen:

- $s_1 = \sin^2(a) \cdot 2 \cdot s_3$

- $s_2 = \frac{d}{\cos(a)}$

- $s_3 = \frac{d}{\tan(a)}$

Dabei ist d die Dicke des Fabry-Perót Interferometers und a der Einfallswinkel der elektromagnetischen Welle. Diese Bedingungen in Gleichung (7) eingesetzt, ergibt für konstruktive Interferenz:

$$\lambda \cdot m = 2 \cdot d \cdot \cos(a) \quad \text{mit } m \in \mathbb{N}_0 \quad (8)$$

3 Durchführung und Beobachtungen

Um die klassischen und quantenmechanischen Vorhersagen zu überprüfen, werden zunächst Messungen mit Helium und im zweiten Schritt mit Quecksilber durchgeführt. Außerdem soll durch Variation des B-Feldes das Bohrsche Magneton berechnet werden, sodass der Spulenstrom variiert werden muss.

3.1 Messung mit Helium

Zunächst wurde der Magnet so ausgerichtet, dass die Lichtemission transversal zum B-Feld beobachtet wurde und ein Filter der Wellenlänge $667,8 \text{ nm} \pm 1 \%$ verwendet. Ohne Polarisator wurden innerhalb einer Beugungsordnung 1 Linie beobachtet, bei der sich unter verändertem B-Feld die Linie verbreiterte und dann in 3 Linien aufspaltete. Bei stärkerem B-Feld verschob sich die mittlere Linie (π^+ -Linie) gar nicht, jedoch die Linien links und rechts (σ^+ - bzw. σ^- -Linie) davon zur nächsten benachbarten Ordnung hin verschoben. Anschließend wurde der Polarisationsfilter gedreht, das B-Feld verändert und die Veränderung des Interferenzmusters beobachtet. Bei einer Stellung von $\pm 90^\circ$ des Polarisators wurde nur linear polarisiertes Licht (π^+ -Linie) gemessen. Die Interferenzringe verschoben ihre Position trotz verändertem B-Feld nicht.

Als nächstes wurde der Magnet um 90° gedreht (Beobachtungsrichtung parallel zum B-Feld) und ein $\lambda/4$ -Plättchen vor das Fabry-Perót Interferometer positioniert und wieder mit verschiedenen Stellungen des Polarisators und veränderlichem B-Feld das Interferenzmuster beobachtet. In diesem Schritt wurde zirkular polarisiert emittiertes Licht gemessen. Je nach Polarisationsrichtung erschienen Linien, die sich bei Veränderung des B-Feldes zur nächsten Beugungsordnung hin verschoben.

3.2 Messung mit Quecksilber

Es wurde, bis auf eine Geißler-Röhre mit Quecksilber, der selbe Versuchsaufbau wie im vorherigen Abschnitt verwendet (transversale Beobachtungsrichtung) und mit Hilfe verschiedener Farbfilter unterschiedliche Übergänge untersucht (405 nm, 436 nm, 546 nm).

4 Auswertung

4.1 Überprüfung der Vorhersagen der klassischen Erklärung

Beobachtet wurden die Linien-Triplets ${}^3D_{3,2,1} \rightarrow {}^3P_{2,1,0}$ von Helium, bei einer Wellenlänge von 589 nm. Das Magnetfeld wurde stetig erhöht. Erwartet wurde, dass bei kleinem B-Feld zunächst der Zeeman-Effekt beobachtet wird und dieser dann in den Paschen-Back-Effekt übergeht. Allerdings konnte trotz verändertem B-Feld keine signifikante Veränderung des Aufspaltungsmusters beobachtet werden. Da je nach Beobachtungsrichtung und B-Feld die Vorhersagen für die jeweiligen Polarisierungen beim Helium stimmten, kann die klassische Lorentzsche Erklärung bestätigt werden. Hierbei sei erwähnt, dass es sich bei den beobachteten Phänomenen beim Helium um den Paschen-Back-Effekt handelte, da das Magnetfeld im Vergleich zur LS-Kopplung stark war. Da Helium lediglich eine Kernladungszahl $Z = 2$ hat, reicht das Erdmagnetfeld bereits aus, um den vollständigen Paschen-Back-Effekt sichtbar zu machen. Aus diesem Grund wurde bei jedem B-Feld das selbe Aufspaltungsmuster beobachtet.

4.2 Überprüfung der Vorhersagen der Quantenmechanik

Es wurden bei der Quecksilber-Röhre drei separate Wellenlängenemissionen, also drei verschiedene Übergänge gemessen.

- 405 nm: ${}^3S_1 \rightarrow {}^3P_0$
- 436 nm: ${}^3S_1 \rightarrow {}^3P_1$
- 546 nm: ${}^3S_1 \rightarrow {}^3P_2$

Diese Übergänge sollen im Folgenden quantenmechanisch betrachtet werden, um die Vorhersagen der Quantenmechanik zu überprüfen.

4.3 Bestimmung des Bohrschen Magnetons μ_B

Für die Bestimmung des Bohrschen Magnetons wird die folgende Gleichung verwendet:

$$\mu_B = \frac{hc}{2dB} \cdot \frac{\delta\alpha_1}{\Delta g_{\text{eff}} \delta\alpha_2} \quad (9)$$

$\delta\alpha_1$ ist dabei der Winkel zwischen zwei Spektrallinien derselben Beugungsordnung, $\delta\alpha_2$ unterschiedlicher Beugungsordnungen. Beides wird in Einheiten von g_{eff} gemessen. Δg_{eff} ist die Differenz von g_{eff} der Spektrallinien, denen der Winkel $\delta\alpha_1$ entspricht, was dazu führt, dass sich die beiden Werte kürzen. h ist das Plancksche Wirkungsquantum, c die Lichtgeschwindigkeit, d die Dicke des Fabry-Perot-Interferometers und B die Magnetfeldstärke, die mit Hilfe einer Stromquelle geregelt wurde und anhand eines Strom-Magnetfeld-Diagramms bestimmt werden kann. Zur Umgehung von Hystereseeffekten wurde der Strom zunächst hochgefahren und erst beim Herunterfahren wurde gemessen.

Der ${}^3S_1 \rightarrow {}^3P_0$ Übergang weist 3 Linien pro Beugungsordnung auf. Mit Hilfe des Magnetfeldes wurden die σ^+ - und σ^- -Komponenten überlagert und für $\delta\alpha_1 = 2$ und $\delta\alpha_2 = 4$ ermittelt. Für jede gemessene Stromstärke I wurde ein Magnetfeld B abgelesen und daraus wiederum ein Bohrsches Magneton μ_B errechnet. Der Mittelwert aus allen Bohrschen Magnetons ergibt $\mu_B = (9,676 \pm 0,533) \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$.

Tabelle 1: $^3S_1 \rightarrow ^3P_0$ Übergang (405 nm)

ΔM_J	M_J	$M_{J'}$	g_{eff}
+1	1	0	2
0	0	0	0
-1	-1	0	-2

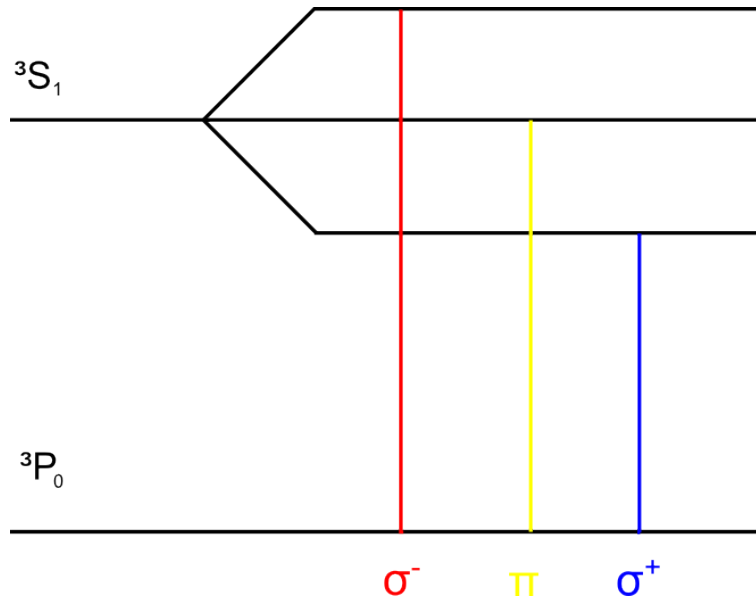


Abbildung 4: 405 nm Übergang

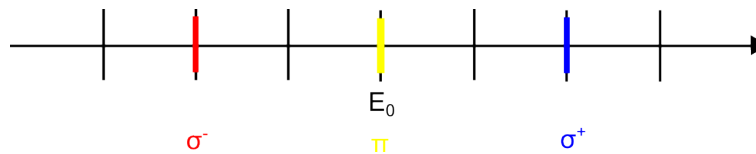


Abbildung 5: Energiestrah $^3S_1 \rightarrow ^3P_0$ Übergang (405 nm)

Für den Übergang $^3S_1 \rightarrow ^3P_1$ wird ein Polarisationsfilter verwendet und die zwei σ^+ -Linien mit den beiden σ^- -Linien der nächsten Ordnung überdeckt. In diesem Fall ist $\delta\alpha_1 = 1/2$, $\delta\alpha_2 = 7/2$ und der Mittelwert aus den Bohrschen Magnetons $\mu_B = (8,847 \pm 0,193) \cdot 10^{-24}$ J/T.

Tabelle 2: $^3S_1 \rightarrow ^3P_1$ Übergang (436 nm)

ΔM_J	M_J	$M_{J'}$	g_{eff}
+1	1	0	2
	0	-1	3/2
0	1	1	1/2
	-1	-1	-1/2
-1	0	1	-3/2
	-1	0	-2

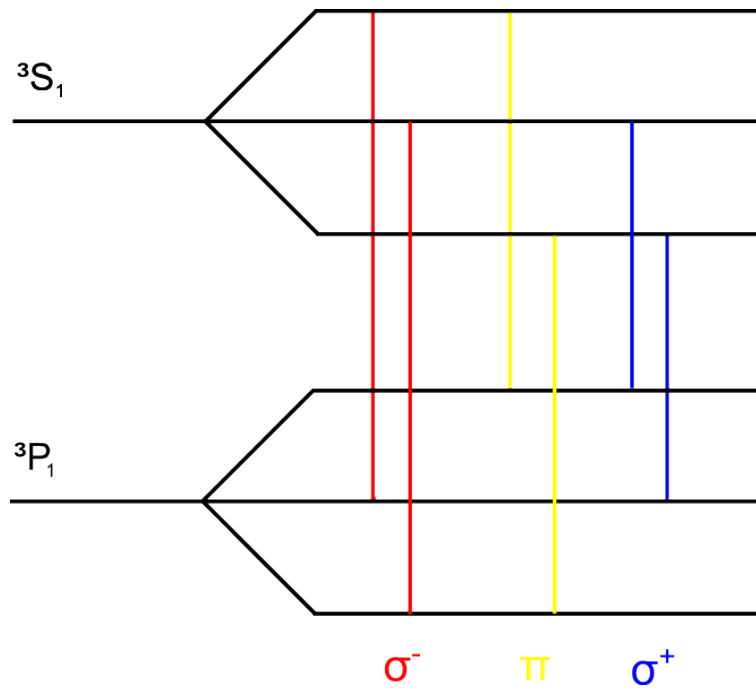


Abbildung 6: 436 nm Übergang

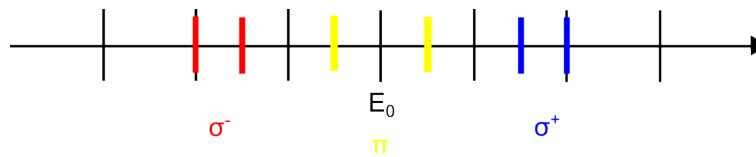


Abbildung 7: Energiestahl ${}^3S_1 \rightarrow {}^3P_1$ Übergang (436 nm)

Auch beim Übergang ${}^3S_1 \rightarrow {}^3P_2$ wird ein Polarisationsfilter benutzt und jeweils drei σ^+ - mit drei σ^- -Linien überlagert. Hierbei ist $\delta\alpha_1 = 1/2$, $\delta\alpha_2 = 3$ und μ_B im Mittel entspricht $(9,269 \pm 0,296) \cdot 10^{-24}$ J/T.

Tabelle 3: ${}^3S_1 \rightarrow {}^3P_2$ Übergang (546 nm)

ΔM_J	M_J	$M_{J'}$	g_{eff}
+1	1	0	2
	0	-1	3/2
	-1	-2	1
0	1	1	1/2
	0	0	0
	-1	-1	-1/2
-1	1	2	-1
	0	1	-3/2
	-1	0	-2

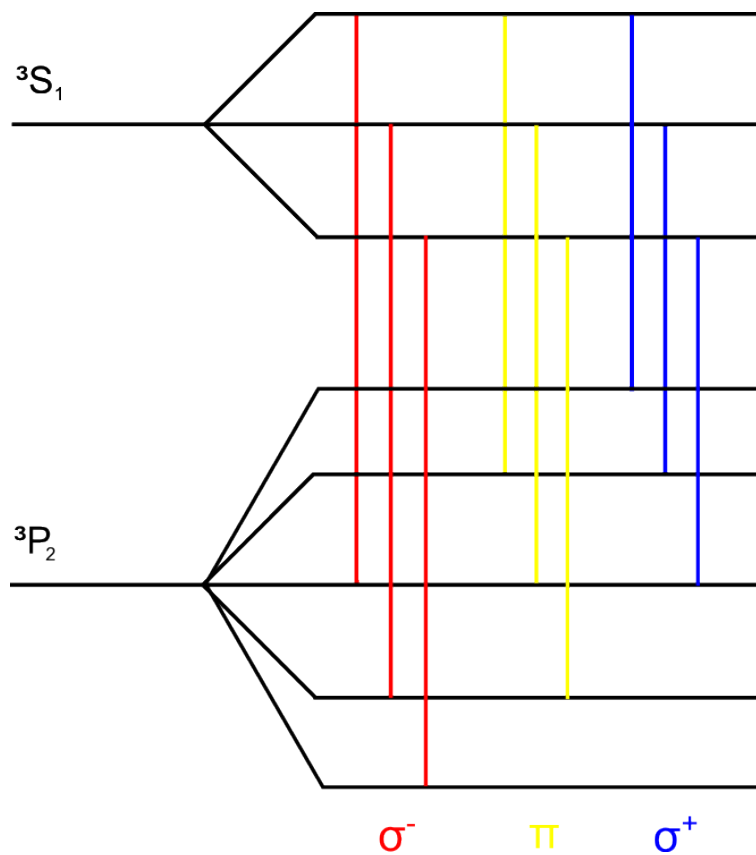


Abbildung 8: 546 nm Übergang

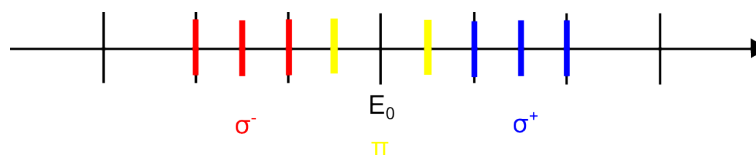


Abbildung 9: Energiestrahl ${}^3S_1 \rightarrow {}^3P_0$ Übergang (546 nm)

Aus allen Messungen ergibt sich im Mittel für $\mu_B = (9,296 \pm 0,509) \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$.

4.4 Fazit

Der Versuch hat ein tieferes Verständnis für den beobachteten Zeeman-Effekt vermittelt. Er hat gezeigt, wie stark die Theorie mit dem Experiment zusammenhängt und dass sowohl klassische, als auch quantenmechanische Erklärungen von großer Bedeutung sind. Zudem liefert der Versuch ein recht gut mit dem Literaturwert ($\mu_B = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$) übereinstimmendes Bohrsches Magneton μ_B . Damit konnten die Erwartungen der Quantenmechanik und der klassischen Vorhersage bestätigt werden.

5 Quellen

- [1] Versuchsanleitung Versuch 1.5, Abteilung B (29. Juni 2009), TU Darmstadt
- [2] Literaturliste Versuch 1.5, Abteilung B (12. Mai 2009), TU Darmstadt
- [3] The NIST Reference on Constants, Units and Uncertainty: <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?mub> , 07.05.2012