
1.5: Aufspaltung von Spektrallinien im Magnetfeld

Andreas Kleiner

Matr-Nr.: 1574166

E-Mail: akleiner@online.de

Anton Konrad Cyrol

Matr-Nr.: 1639629

E-Mail: anton.cyrol@stud.tu-darmstadt.de

Betreuer: Florian Löw

Versuch durchgeführt am: 16.04.2012

Abgabedatum: 18.04.2012



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

PHYSIKALISCHES PRAKTIKUM
FÜR FORTGESCHRITTENE

Hiermit versichern wir das vorliegende fortgeschrittenen Praktikumsprotokoll ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 18.04.2012

Andreas Kleiner

Anton Konrad Cyrol

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	2
2	Theoretische Grundlagen	2
2.1	Fabry-Pérot-Interferometer	2
2.2	Wechselwirkungen im Atom	2
2.2.1	LS-Kopplung	2
2.2.2	jj-Kopplung	2
2.3	Termstruktur eines Atoms	3
2.4	Auswahlregeln für elektrische Dipolübergänge	3
2.5	Polarisation von Licht	3
2.6	Klassische Erklärung des normalen Zeeman-Effekts	4
2.7	Quantenmechanische Erklärung des Zeeman-Effekts	4
2.8	Quantenmechanische Erklärung des Paschen-Back-Effekts	5
3	Versuchsaufbau	5
4	Versuchsdurchführung & Auswertung	5
4.1	Überprüfung der Vorhersagen der klassischen Erklärung	5
4.2	Überprüfung der quantenmechanische Beschreibung	6
4.3	Bestimmung des Bohrschen Magnetons μ_B	9
5	Fazit	10
6	Messdaten	11

1 Einführung

Ziel des Versuchs ist es, die Aufspaltung von Spektrallinien im Magnetfeld zu messen und die Übereinstimmung mit sowohl der klassischen, als auch der quantenmechanischen Theorie, zu überprüfen. Historisch gesehen hat die Aufspaltung der Spektrallinien einen entscheidenden Beitrag zum Verständnis des Atomaufbaus geleistet. Nach dem heutigen Verständnis sind für die Aufspaltung der Zeeman-Effekt (ZE) und der Paschen-Back-Effekt (PB) verantwortlich. Beim Ersteren wird zwischen dem normalen und dem anomalen Zeemaneffekt unterschieden, beim PB zwischen Partiellem (pPB) und dem Vollständigem (vPB).

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Fabry-Pérot-Interferometer

Das Fabry-Pérot-Interferometer besteht aus zwei planparallelen Platten mit teilreflektierender Oberfläche. Bei bekanntem Plattenabstand und Einfallswinkel des Lichtstrahls kann unter Ausnutzung von Vielstrahlinterferenz die Wellenlänge des Lichts bestimmt werden. Der Aufbau des Interferometers ist in Abb. 1 dargestellt. Ein Intensitätsmaximum tritt unter der Bedingung $\Delta s = n\lambda$ auf. Wobei Δs der Wegunterschied ist und n eine natürliche Zahl. Aus Abb. 1 ist zu erkennen, dass für den Wegunterschied gilt $\Delta s = 2x - y$. Weiterhin gilt $\cos(\alpha) = \frac{d}{x}$ und $\sin(\alpha) = \frac{h}{x} = \frac{y}{2h}$. Einsetzen und Umformen ergibt die Interferenzbedingung für das Fabry-Pérot-Interferometer

$$n\lambda = 2d \cos(\alpha). \quad (1)$$

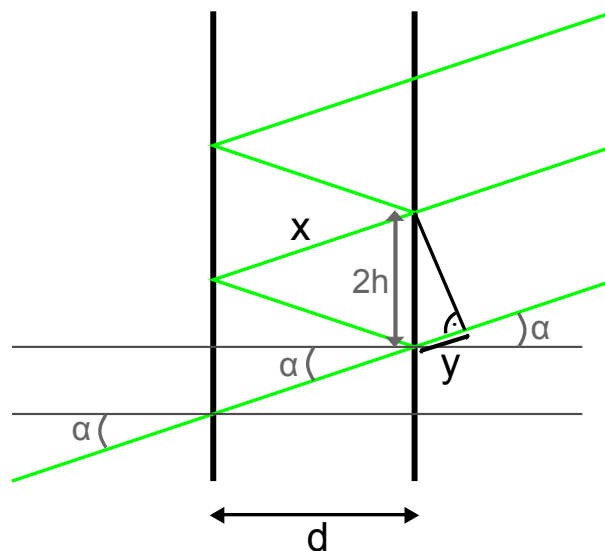


Abbildung 1: Zur Herleitung der Interferenzbedingung für das Fabry-Pérot-Interferometer.

2.2 Wechselwirkungen im Atom

In Atomen mit mehreren Elektronen können die Bahndrehimpulse und Spins der Elektronen auf unterschiedliche Arten miteinander koppeln. Es wird unterschieden zwischen LS- und jj-Kopplung.

2.2.1 LS-Kopplung

Von LS-Kopplung wird gesprochen, wenn die Spin-Spin- und Bahn-Bahn-Wechselwirkung gegenüber der Spin-Bahn-Wechselwirkung eines einzelnen Elektrons dominiert. Dabei ergibt sich für das Atom ein Gesamtspin \vec{S} als Summe der Spins der einzelnen Elektronen \vec{s}_i , und ein Gesamtbahndrehimpuls \vec{L} als Summe aus den einzelnen Bahndrehimpulsen der Elektronen \vec{l}_i . Für den Gesamtdrehimpuls des Atoms gilt $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$.

2.2.2 jj-Kopplung

Von jj-Kopplung wird im anderen Fall gesprochen, d.h. wenn die Spin-Bahn-Wechselwirkung gegenüber Spin-Spin- und Bahn-Bahn-Wechselwirkung dominiert. Hier koppeln der Bahndrehimpuls und der Spin jedes Elektrons zu einem Gesamtdrehimpuls jedes Elektrons, d.h. $\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i$. Für den Gesamtdrehimpuls des Atoms gilt $\vec{J} = \sum_i \vec{j}_i$.

2.3 Termstruktur eines Atoms

Ein oder mehrere Elektronen, die um einen Atomkern kreisen, erzeugen als bewegte Ladungen ein Magnetfeld. Aufgrund des magnetischen Spinmoments der Elektronen tritt eine Aufspaltung in mehrere Energieniveaus auf, die vergleichbar ist mit dem Zeeman-Effekt. Die magnetischen Spinmomente wechselwirken mit dem Magnetfeld. Dadurch entstehen Multipletts, d.h. nahe beieinander liegende Energieniveaus, die durch die unterschiedlichen Werte für L und S zustande kommen, nach der Gleichung

$$E_{ls} = \left(\frac{g_L g_S m_e c^2 \alpha^4 Z^4}{8} \right) \cdot \left(\frac{J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)}{n^3 L(L+1/2)(L+1)} \right) \quad (2)$$

Der Zustand eines Atoms wird in der Russell-Saunders-Notation dargestellt als

$$n^{(2S+1)}L_J \quad (3)$$

wobei der Bahndrehimpuls L nicht als Zahl, sondern mit einem Buchstaben (S ($L = 0$), P ($L = 1$), D ($L = 2$), ...) notiert wird. Hierbei ist die Multiplizität definiert als $2S + 1$.

2.4 Auswahlregeln für elektrische Dipolübergänge

Für Energieniveau-Übergänge gelten Auswahlregeln, da das Übergangsmatrixelement von 0 verschieden sein muss. Im Folgenden sind die Auswahlregeln für elektrische Dipolübergänge ($E1$) aufgelistet.

Für Einelektronenatome gilt:

$$\Delta l = \pm 1 \quad (4)$$

Für Mehrelektronenatome gilt bei LS-Kopplung:

$$\Delta L = \pm 1 \quad (5)$$

Für die magnetische Quantenzahl M muss

$$\Delta M = 0, \pm 1 \quad (6)$$

erfüllt sein. Wobei $\Delta M = 0$ linear polarisiertem (π) und $\Delta M = \pm 1$ zirkular polarisiertem (σ^+/σ^-) Licht entspricht.

Für Atome mit nicht zu großer Spin-Bahn-Kopplung gilt für den Spin S die Auswahlregel

$$\begin{aligned} \Delta S &= 0 \quad \text{und} \\ \Delta M_S &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Für den Gesamtdrehimpuls J gilt

$$\Delta J = 0, \pm 1, \quad (8)$$

wobei aber für $J = J'$ der Übergang

$$M_J = 0 \rightarrow M'_J = 0 \quad (9)$$

verboten ist.

2.5 Polarisation von Licht

Elektromagnetische Wellen können linear polarisiert sein, d.h. die Richtung des Vektors des \vec{E} -Feldes ist zeitlich konstant. Zirkular polarisiertes Licht ergibt sich bei Überlagerung zweier Transversalwellen, deren Schwingungsrichtungen senkrecht zueinander sind und deren Amplitude gleich ist. Weiterhin müssen beide Wellen eine Phasendifferenz von $\pi/2$ haben. Elliptisch polarisiertes Licht ist ähnlich wie zirkular polarisiertes Licht, jedoch müssen die Amplituden nicht gleich sein, bzw. die Phasendifferenz ist ungleich 0 und $\pi/2$. Zirkular und elliptisch polarisiertes Licht kann links- oder rechtsdrehend sein. Linksdrehendes Licht wird auch mit σ^+ , Rechtsdrehendes mit σ^- bezeichnet.

Zirkular polarisiertes Licht kann durch Einsatz eines $\lambda/4$ -Plättchens nachgewiesen werden. Ist das Licht zirkular oder elliptisch polarisiert, wird es nach Durchlaufen des Plättchen linear polarisiert. Das linear polarisierte Licht kann durch Einsatz zweier linearer Polarisationsfilter nachgewiesen werden.

Um elliptisch polarisiertes Licht nachzuweisen, kann durch einen Analysator die Intensität jeder Schwingungsrichtung, oder mit einem Soleil'schen Kompensator die Phasendifferenz zwischen zwei senkrecht zueinander polarisierten Richtungen gemessen werden.

2.6 Klassische Erklärung des normalen Zeeman-Effekts

Pieter Zeeman entdeckte 1896, dass sich die Spektrallinien von Atomen im Magnetfeld aufspalten. Dieser Effekt wird heute als Zeeman-Effekt bezeichnet. Hendrik Antoon Lorentz, Zeemans Doktorvater, lieferte für diese Aufspaltung eine klassische Erklärung.

Lorentz ging davon aus, dass elektromagnetische Strahlung durch oszillierende, geladene Teilchen erzeugt wird. Er beschrieb die Oszillation durch Fourier-Reihen. Diese sollten sich aus allen Frequenzen ω_n , die im Spektrum auftreten, zusammensetzen. Diese Oszillation lässt sich dann wie folgt darstellen:

$$x_i(t) = \sum_n A_n^i \cos(\omega_n t - \alpha_n^i) \quad (10)$$

Solch eine oszillierende Ladung erzeugt ein magnetisches Moment. Wird ein räumlich und zeitlich konstantes Magnetfeld \vec{B} in z-Richtung angelegt, so beeinflusst die Lorentz-Kraft $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$ die Bewegung des Teilchens. Das magnetische Moment präzidiert mit der Lamor-Frequenz

$$\omega_L = \frac{-q}{2m} B \quad (11)$$

um die z-Achse. Für die Bewegung des Teilchens ergibt sich nach einigen mathematischen Umformungen:

$$\begin{aligned} X(t) &= \sum_n B_n \left(\cos[(\omega_n + \omega_L)t + \delta_n] - \sin[(\omega_n - \omega_L)t + \delta'_n] \right) \\ Y(t) &= \sum_n B_n \left(\sin[(\omega_n + \omega_L)t + \delta_n] + \cos[(\omega_n - \omega_L)t + \delta'_n] \right) \\ Z(t) &= \sum_n C_n \cos[\omega_n t - \alpha_n^0] \end{aligned} \quad (12)$$

Offensichtlich ist die Schwingungsfrequenz in z-Richtung nach Gl. (12) unverändert. Somit ist auch die Frequenz der von der z-Oszillation ausgesandten Strahlung gleich. Dieser Teil der Strahlung wird π -Komponente genannt. Die Strahlung dieser Komponente ist linear und parallel zur Richtung des Magnetfelds.

Die Oszillation in X/Y - Richtung bewirkt zwei Spektralkomponenten, wie aus Gl. (12) abgelesen werden kann. Diese Komponenten haben die Frequenz $\omega_n + \omega_L$ (σ^+) bzw. $\omega_n - \omega_L$ (σ^-). Die σ^+/σ^- -Komponente ist linear und senkrecht zum Magnetfeld polarisiert. Die Frequenz hat sich offenbar erhöht/verringert und somit auch die Energie. Damit konnte Zeeman die Aufspaltung der Spektrallinien erklären.

Der Betrag der Aufspaltung ist durch Gl. (11) gegeben. In dieser Gleichung taucht der Faktor q/m auf. Experimentell konnte festgestellt werden, dass dieses Verhältnis von Ladung zu Masse genau dem des Elektrons entspricht. Daher wurde gefolgert, dass die Elektronen die Strahlung emittieren.

2.7 Quantenmechanische Erklärung des Zeeman-Effekts

Quantenmechanisch wird vom Zeeman-Effekt gesprochen, wenn der Betrag des externen Magnetfelds so klein ist, dass das Magnetfeld die Energieeigenzustände des Atoms nur vernachlässigbar wenig verändert.

Das externe Magnetfeld kann dann als Störung behandelt werden. Ist der Gesamtdrehimpuls J eine gute Quantenzahl, ergibt sich der Hamiltonoperator der Störung zu

$$\hat{H}_{ZE} = -\hat{\mu}_J \hat{B} = \frac{\mu_B}{\hbar} g_J \hat{J} \hat{B}, \quad (13)$$

wobei μ_B das Bohrsche Magneton bezeichnet, welches durch

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} \quad (14)$$

gegeben ist. g_J bezeichnet den Landéschen g-Faktor. Dieser kann im Falle von LS-Kopplung leicht berechnet werden:

$$g_J = g_L + (g_S - g_L) \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \quad (15)$$

Für die Spektralaufspaltung durch den Zeeman-Effekt ergibt sich dann mit der magnetischen Quantenzahl M (Projektion von J auf die z-Richtung/Richtung des Magnetfelds):

$$\Delta E_{ZE} = \mu_B B \underbrace{(g_J M_J - g'_J M'_J)}_{=: g_{\text{eff}}^{ZE}} \quad (16)$$

Für den Spezialfall, dass für beide Energieniveaus $S = 0$ ist und somit $J = L$ gilt, vereinfacht sich Gl. (16) zu

$$\Delta E_{nZE} = \mu_B B g_L \Delta M, \quad (17)$$

da $g_J = g'_J = g_L$ ist. Dieser Spezialfall wird auch normaler Zeeman-Effekt (nZE) genannt.

2.8 Quantenmechanische Erklärung des Paschen-Back-Effekts

Wird ein externes Magnetfeld angelegt, dessen Betrag so groß ist, dass das Magnetfeld die Spin-Bahn-Wechselwirkung aufhebt, dann kann der Paschen-Back-Effekt beobachtet werden. Der Gesamtspin und der Gesamtbahndrehimpuls wechselwirken getrennt von einander mit dem Magnetfeld. Der Hamiltonoperator der Störung ergibt sich zu

$$\begin{aligned}\hat{H}_{PB} &= -\hat{\mu}_L \hat{B} - \hat{\mu}_S \hat{B} \\ &= \frac{\mu_B}{\hbar} (g_L \hat{L}_z + g_S \hat{S}_z) B.\end{aligned}\quad (18)$$

Die Energie durch den PB ergibt sich folglich zu

$$E_{PB} = \mu_B B (g_L M_L + g_S M_S) \quad (19)$$

Beim Berechnen von Übergangsenergien muss beachtet werden, dass die Spin-Bahn-Wechselwirkung für verschiedene Energiemultipletts unterschiedlich hoch ist. Folglich wird die Wechselwirkung auch erst bei unterschiedlichen Stärken des Magnetfelds aufgehoben. Hebt das Magnetfeld für das eine am Übergang beteiligte Energieniveau die Spin-Bahn-Wechselwirkung auf, für das andere Niveau aber nicht, so wird vom partiellen Paschen-Back-Effekt (pPB) gesprochen. Im Falle, dass für beide Energieniveaus die Spin-Bahn-Wechselwirkung aufgehoben ist, wird dies als vollständiger Paschen-Back-Effekt (vPB) bezeichnet.

Für den partiellen Paschen-Back-Effekt ergibt sich mit Gl. (19) und Gl. (13) für die Energie

$$\Delta E_{pPB} = \mu_B B [(g_L M_L + g_S M_S) - g'_J M'_J]. \quad (20)$$

Im Falle des vollständigen Paschen-Back-Effekts ergibt sich wegen der Auswahlregel (7)

$$\Delta E_{vPB} = \mu_B B g_L \Delta M_L. \quad (21)$$

Die letzte Gleichung ist identisch mit Gl. (17). Folglich sehen der vollständige Paschen-Back-Effekt und der normale Zeeman-Effekt spektroskopisch gleich aus.

3 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 2 skizziert. Das $\lambda/4$ -Plättchen und der Polarisator werden zur Bestimmung der Polarisation des Lichts eingesetzt. Die Geißler-Röhre befindet sich zusammen mit einem Magneten innerhalb eines Gehäuses, das zur Beobachtung von longitudinalem und transversalem Zeeman-Effekt umgedreht werden kann. Der Farbfilter, das $\lambda/4$ -Plättchen und der Polarisator wurden je nach Bedarf in den Strahlengang eingesetzt. Wann welches dieser Teile verwendet wurde, ist weiter unten beschrieben. Die Spektrallinien und deren Aufspaltung wurden über einen monochromen Monitor, der mit der CCD-Kamera verbunden ist, beobachtet.

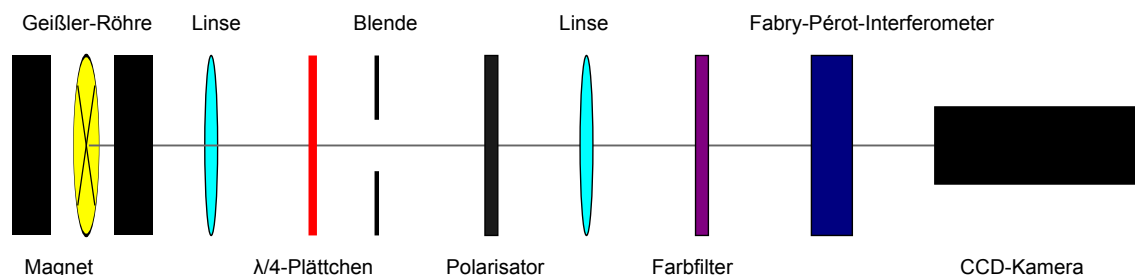


Abbildung 2: Versuchsaufbau.

4 Versuchsdurchführung & Auswertung

4.1 Überprüfung der Vorhersagen der klassischen Erklärung

Zunächst wurden die Aussagen der klassischen Erklärung überprüft. Dazu wurde der Aufbau verwendet, wie er in Abb. 2 zu sehen ist. Zuerst wurden die Aussagen für den transversalen, dann für den longitudinalen Zeeman-Effekt überprüft. In diesem Teil des Versuch wurde ein Farbfilter mit $671 \text{ nm} \pm 1\%$ verwendet.

Transversaler Zeeman-Effekt

Transversal bedeutet, dass die Richtung des Magnetfelds senkrecht zu der Beobachtungsrichtung liegt. Ohne Magnetfeld waren relativ helle Linien zu sehen, die beim Einschalten des Magnetfelds in drei Linien aufgespalten sind. Die mittlere Linie blieb auch bei einer Verstärkung des Magnetfelds an derselben Stelle. Im Gegensatz dazu haben sich die äußeren beiden Linien bei einer Verstärkung des Magnetfelds weiter von der mittleren Linie entfernt.

Diese Beobachtung passt zur Lorentz'schen Theorie. Der Theorie nach müsste die mittlere Linie der π -Komponente entsprechen und die beiden äußeren den σ -Komponenten. Zudem müsste die π -Komponente parallel und die σ -Komponenten senkrecht zum Magnetfeld polarisiert sein. Dies konnte durch Einsetzen des Polarisationsfilters bestätigt werden.

Longitudinaler Zeeman-Effekt

Beim Longitudinalen Zeeman-Effekt (Magnetfeld parallel zur Beobachtungsrichtung) sollte der Theorie nach nur die σ -Komponenten sichtbar sein. Die σ^+ -Komponente sollte weiter außen liegen, als die σ^- -Komponente, da beim Fabry-Pérot-Interferometer die energiereichere Strahlung bei einem größeren Ausfallswinkel ihr Interferenzmaximum hat.

Um dies zu überprüfen wurde ein $\lambda/4$ -Plättchen im 45° -Winkel in den Strahlengang vor den Polarisator gesetzt (siehe Abb. 2). Stand der Polarisator auf 0° , so hatte die innere Linie maximale Intensität und die äußere Linie verschwand. Entsprechend nahm bei einer Polarisatorstellung von 90° die äußere Linie ihr Intensitätsmaximum an. Dies stimmt mit der Theorie überein, da die σ^+ -Komponente linkszirkular polarisiert und die σ^- -Komponente rechtszirkular polarisiert ist.

4.2 Überprüfung der quantenmechanischen Beschreibung

In diesem Versuchsenteil soll überprüft werden, ob auch die quantenmechanische Beschreibung verifiziert werden kann.

Helium

Dazu wurde zuerst der Übergang bei 589 nm von Helium gewählt:

$${}^3D_1 \rightarrow {}^3P_1 \quad (22)$$

Mit Gl. (15) ergibt sich sofort

$$g_J = \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad g'_J = \frac{3}{2}. \quad (23)$$

Bei dem Übergang (22) kann in Abhängigkeit des Magnetfelds entweder der (anomale) Zeeman-Effekt, der partielle Paschen-Back-Effekt oder der vollständige Paschen-Back-Effekt beobachtet werden. Daher muss zunächst die theoretische Aufspaltung für jeden der drei Effekte berechnet werden.

Dies wurde in Tabelle 1 gemacht. In den Spalten M_J und M'_J sind alle erlaubten Kombinationen aufgeführt. Der Übergang $M_J = 0 \rightarrow M'_J = 0$ ist nach Auswahlregel (9) verboten.

Für den anomalen Zeeman-Effekt lässt sich ein $g_{\text{eff}}^{\text{ZE}}$ definieren, wie in Gl. (16). Dann lässt sich

$$g_{\text{eff}}^{\text{ZE}} := g_J M_J - g'_J M'_J \quad (24)$$

mit Gl. (23) und den Spalten M_J und M'_J berechnen.

Die Energien des partiellen Paschen-Back-Effekts sind gegeben durch Gl. (20). Auch hier kann ein g_{eff} definiert werden:

$$g_{\text{eff}}^{\text{pPB}} := (g_L M_L + g_S M_S) - g'_J M'_J \quad (25)$$

Zur Berechnung von $g_{\text{eff}}^{\text{pPB}}$ sind in der Spalte M_L ; M_S alle möglichen Kombinationen von M_L und M_S angegeben, die addiert M_J ergeben. Nun kann $g_{\text{eff}}^{\text{pPB}}$ mit g'_J aus Gleichung (23) berechnet werden. Hierbei ist noch anzumerken, dass ohne Beschränkung der Allgemeinheit angenommen werden kann, dass zuerst beim oberen Energieniveau die LS-Kopplung aufgehoben wird, da die Kopplungsenergie nach Gl. (2), wegen dem Nenner des zweiten Terms, bei diesem viel geringer ist.

Der Energieaufspaltung des vollständigen Paschen-Back-Effekts ist durch Gl. (21) gegeben. Folglich liegt die Definition

$$g_{\text{eff}}^{\text{PB}} = g_L \Delta M_L = M_L - M'_L \quad (26)$$

ΔM_J	M_J	M'_J	$g_{\text{eff}}^{\text{ZE}}$	$M_L; M_S$	$M_L + 2M_S$	$g_{\text{eff}}^{\text{pPB}}$	$M'_L; M'_S$		$M'_L + 2M'_S$	$g_{\text{eff}}^{\text{PB}}$
+1	1	0	1/2	0;1 1;0 2;-1	2 1 0	2 1 0	-1; 1 0;0 1;-1		1 0 -1	1 1 1
	0	-1	3/2	-1;1 0;0 1;-1	1 0 -1	5/2 3/2 1/2	-2;1 -1;0 0;-1	verboten	- -1 -2	- 1 1
0	1	1	-1	0;1 1;0 2;-1	2 1 0	1/2 -1/2 -1/2	0;1 1;0 2;-1	verboten	2 1 -	0 0 -
	-1	-1	1	-2;1 -1;0 0;-1	0 -1 -2	3/2 1/2 -1/2	-2;1 -1;0 0;-1	verboten	- -1 -2	- 0 0
-1	0	1	-3/2	-1;1 0;0 1;-1	1 0 -1	-1/2 -3/2 -5/2	0;1 1;0 2;-1	verboten	2 1 -	-1 -1 -
	-1	0	-1/2	-2;1 -1;0 0;-1	0 -1 -2	0 -1 -2	-1;1 0;0 1;-1		1 0 -1	-1 -1 -1

Tabelle 1: Berechnung der Aufspaltungen. Die Übergänge in den Zeilen, in denen „verboten“ steht, werden nicht beobachtet. Die Berechnung für den partiellen Paschen-Back-Effekt und den Zeeman-Effekt wurden in der Tabelle erwähnt, um zu zeigen, dass die Auswahlregel $\Delta m_s = 0$ diese Übergänge verbietet.

nahe. Wieder sind in der Spalte $M'_L; M'_S$ alle möglichen Kombinationen von M'_L und M'_S angegeben, die addiert M'_J ergeben. Unter Berücksichtigung der Auswahlregeln (Abschnitt 2.4) können leicht die möglichen $g_{\text{eff}}^{\text{pPB}}$ berechnet werden. Die Energien der Aufspaltungen ergeben sich mit den Definitionen für alle drei möglichen Effekte zu:

$$\Delta E_X = \mu_B B g_{\text{eff}}^X \quad (27)$$

Im Versuch zeigt sich eine Aufspaltung in drei Linien, unabhängig von dem eingestellten Magnetfeld. Dies lässt nach den g_{eff} -Werten aus Tabelle 1 nur den Schluss zu, dass wir den vollständigen Paschen-Back-Effekt sehen. Offensichtlich genügt das Erdmagnetfeld um die LS-Kopplung aufzuheben. Wie aus Gl. (2) ersichtlich ist, geht die Kernladungszahl mit Z^4 in die LS-Kopplungsenergie ein. Da für Helium $Z = 2$ gilt, ist die Kopplungsenergie sehr gering. Dies erklärt, warum im Versuch nur der vollständige Paschen-Back-Effekt beobachtet werden kann.

Damit der Zeeman-Effekt (ohne besondere Magnetfeldabschirmung) beobachtet werden kann, wird ein Element mit höherer Kernladungszahl benötigt. Im Versuch steht eine Quecksilberdampfampe ($Z_{\text{HG}} = 80$) zur Verfügung. Diese wurde im folgenden Teil des Versuch verwendet.

Quecksilber

Im Versuch wurden die folgenden drei Übergänge untersucht:

$$\lambda = 404.66 \text{ nm}; \quad {}^3S_1 \rightarrow {}^3P_0 \quad (28)$$

$$\lambda = 435.83 \text{ nm}; \quad {}^3S_1 \rightarrow {}^3P_1 \quad (29)$$

$$\lambda = 546.01 \text{ nm}; \quad {}^3S_1 \rightarrow {}^3P_2 \quad (30)$$

Nach der gleichen Vorgehensweise wie beim Helium müssen die Aufspaltungen durch den Zeeman-Effekt berechnet werden. Dies wurde in Tabelle 2 gemacht.

In Abb. 3, 5 und 7 sind die möglichen Übergänge aus Tabelle 2 graphisch dargestellt. Damit die Übergänge getrennt betrachtet werden konnten, wurde ein entsprechender Farbfilter in den Strahlengang gesetzt. Dieser war durchlässig für Licht der Wellenlänge $\lambda = 405 \text{ nm} \pm 1\%$, $\lambda = 436 \text{ nm} \pm 1\%$ oder $\lambda = 546 \text{ nm} \pm 1\%$. Um die Anzahl der auf dem Bildschirm gleichzeitig sichtbaren Linien weiter zu verringern, wurde der Polarisator in den Strahlengang eingesetzt. So war nur die π -Komponente oder die σ^+/σ^- -Komponenten sichtbar. Die nach der Theorie zu erwartende Aufspaltung konnte qualitativ bestätigt werden.

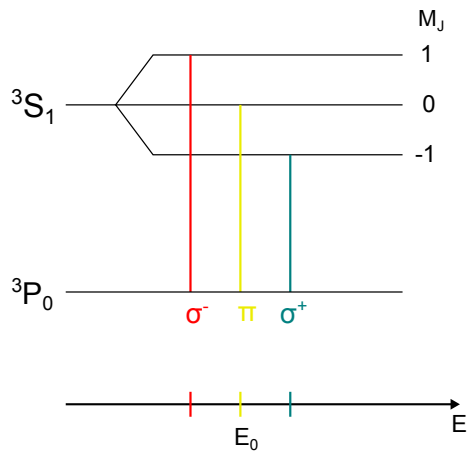


Abbildung 3: 404.66 nm Quecksilberübergang.

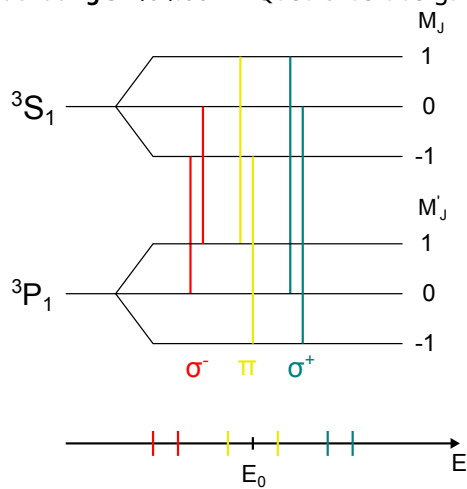


Abbildung 5: 435.83 nm Quecksilberübergang.

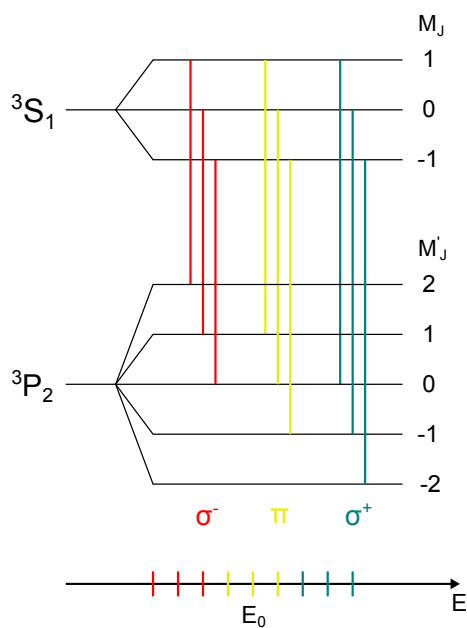


Abbildung 7: 546.01 nm Quecksilberübergang.

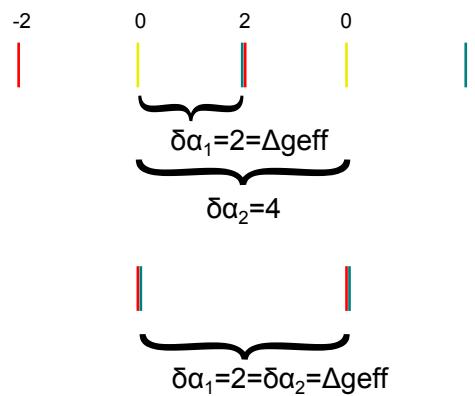


Abbildung 4: 405 nm - Linien.

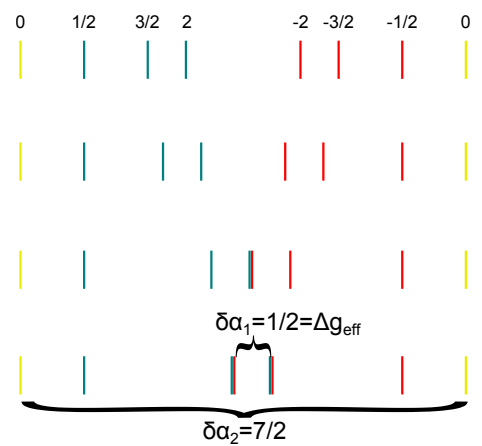


Abbildung 6: 436 nm - Linien.

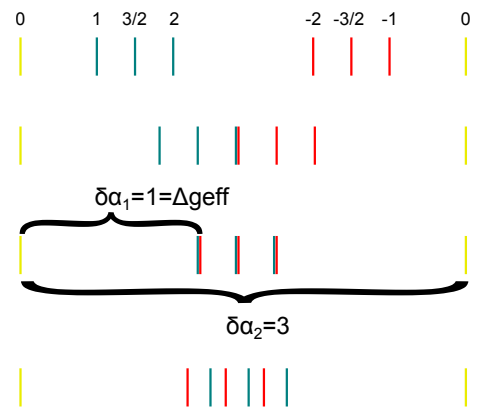


Abbildung 8: 546 nm - Linien.

Anfangs-Zustand	g_J	Endzustand	g'_J	ΔM_J	M_J	M'_J	$g_{\text{eff}}^{\text{ZE}}$
3S_1	2	3P_0	-	1	1	0	2
				0	0	0	0
				-1	-1	0	-2
		3P_1	$3/2$	1	1	0	2
				0	1	1	$1/2$
				-1	-1	-1	$-1/2$
		3P_2	$3/2$	0	1	1	$3/2$
				0	0	0	1
				-1	-1	-1	$1/2$
	-1			1	2	0	
	0			0	1	$-3/2$	
	-1			-1	0	-2	

Tabelle 2: Zeeman-Aufspaltungen für Hg

4.3 Bestimmung des Bohrschen Magnetons μ_B

Anhand der Aufspaltung der Spektrallinien bei bekanntem Magnetfeld lässt sich das Bohrsche Magneton μ_B bestimmen. Die Beziehungen $E = hc/\lambda$ und $E = \mu_B B \Delta g_{\text{eff}}$ liefern gemeinsam mit dem Zusammenhang für benachbarte Winkel am Fabry-Pérot-Interferometer

$$\frac{d\lambda}{\lambda^2} \approx \frac{1}{2d} \cdot \frac{\delta\alpha_1}{\delta\alpha_2} \quad (31)$$

die Gleichung zur Berechnung des Bohrschen Magnetons:

$$\mu_B = \frac{hc}{2dB} \cdot \frac{\delta\alpha_1}{\Delta g_{\text{eff}} \delta\alpha_2} \quad (32)$$

Die Stärke des Magnetfeldes konnte nicht direkt gemessen werden, sondern lediglich die Stromstärke mit der der Elektromagnet betrieben wurde. Anhand eines Graphen, der den funktionalen Zusammenhang zwischen Magnetfeldstärke und Strom zeigte, wurde die Stärke des Magnetfeldes abgelesen.

Die Messungen wurden unter Einsatz einer Hg-Dampflampe, an drei Spektrallinien von Hg durchgeführt. Um nur eine der Spektrallinien zu beobachten, wurde jeweils ein Farbfilter ($405 \text{ nm} \pm 1\%$, $436 \text{ nm} \pm 1\%$, $546 \text{ nm} \pm 1\%$) eingesetzt. Während der Messung wurde der Polarisationsfilter eingesetzt, um nur eine Komponente der Aufspaltung sichtbar zu machen.

Bei 405 nm wurde bei zwei Überlagerungsmustern gemessen, bei 436 nm und 546 nm nur bei einem, da die Muster hier weniger deutlich zu sehen waren oder nicht mehr Überlagerungen zustande kamen. Die ermittelten Werte für das Bohrsche Magneton für die einzelnen Messreihen sind in Tabelle 3 dargestellt. Der Fehler $\Delta\mu_B$ ist die Standardabweichung der einzelnen Messungen.

Durch Bilden des Mittelwertes der vier Messreihen und Berechnen der Standardabweichung ergibt sich für das Bohrsche Magneton

$$\mu_B = (9.20 \pm 0.13) \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}} \quad (33)$$

Dieser Wert stimmt innerhalb der Fehlergrenzen mit dem Literaturwert von $\mu_B = 9.27400968 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$ überein.

Messreihe	μ_B in $\frac{J}{T}$	$\Delta\mu_B$ in $\frac{J}{T}$
405 nm 1. Überlagerung	$9.276 \cdot 10^{-24}$	$8.7 \cdot 10^{-26}$
405 nm 2. Überlagerung	$8.999 \cdot 10^{-24}$	$9.0 \cdot 10^{-26}$
436 nm	$9.169 \cdot 10^{-24}$	$4.5 \cdot 10^{-25}$
546 nm	$9.197 \cdot 10^{-24}$	$1.3 \cdot 10^{-25}$

Tabelle 3: Bohrsches Magneton μ_B bei unterschiedlichen Farbfiltern und Überlagerungen.

5 Fazit

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass sowohl klassische als auch die quantenmechanische Theorie bestätigt werden konnte. Die Polarisation des vom Helium emittierten Lichts entsprach der von Lorentz Voraussagesagten.

Gemäß der Quantenmechanik ist die LS-Kopplung bei Elementen mit höherer Ordnungszahl sehr viel stärker. Dies wurde im Versuch deutlich, da sich beim Helium ($Z_{\text{He}} = 2$) auch bei geringem Magnetfeld der vollständige Paschen-Back-Effekt gezeigt hat. Im Gegensatz dazu war das Magnetfeld beim Quecksilber ($Z_{\text{Hg}} = 80$) auch bei voller Stromstärke nicht groß genug, um in den Paschen-Back-Bereich zu kommen.

Abschließend konnte das Bohrsche Magneton bestimmt werden. Dabei stimmt der ermittelte Wert sehr gut mit dem Literaturwert überein.

Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder: Experimentalphysik 2. Kaiserslautern ⁵2009.
- [2] Wolfgang Demtröder: Experimentalphysik 3. Kaiserslautern ⁴2010.
- [3] Ernst Back, Alfred Landé: Zeemaneffekt und Multipllettstruktur der Spektrallinien. o.O. ¹1925.

6 Messdaten

"405 nm 1. Überlagerung	"405 nm 2. Überlagerung	"436 nm	"546 nm"
0.35	0.72	0.42	0.48
0.36	0.74	0.44	0.48
0.36	0.74	0.40	0.47
0.35	0.73	0.41	0.48
0.36	0.73	0.39	0.48
0.36	0.73	0.43	0.47
Null	Null	0.40	0.48
Null	Null	0.41	0.47
Null	Null	0.38	0.47
Null	Null	0.44	Null

Abbildung 9: Messdaten zur Bestimmung von μ_B . Angegeben ist das Magnetfeld B in T.