

---

# 5.4: Thermometrie bei tiefen Temperaturen

---

**Anton Konrad Cyrol**

Matr-Nr.: 1639629

E-Mail: anton.cyrol@stud.tu-darmstadt.de

**Andreas Kleiner**

Matr-Nr.: 1574166

E-Mail: akleiner@online.de

Betreuer: Dr. Alexei Privalov

Versuch durchgeführt am: 27. Juni 2011

Abgabedatum: 30. Juni 2011



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

PHYSIKALISCHES PRAKTIKUM  
FÜR FORTGESCHRITTENE

Hiermit versichern wir das vorliegende Protokoll ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 30. Juni 2011

\_\_\_\_\_  
Anton Konrad Cyrol

\_\_\_\_\_  
Andreas Kleiner

---

---

## Inhaltsverzeichnis

---

|  |          |
|--|----------|
| <b>1 Einführung</b>  | <b>2</b> |
| <b>2 Theoretische Grundlagen</b>   | <b>2</b> |
| 2.1 Kühlverfahren und Geräte zum Erreichen tiefer Temperaturen . . . . .   | 2        |
| 2.1.1 Dewar-Gefäß . . . . .  | 2        |
| 2.1.2 Badkryostaten . . . . .  | 2        |
| 2.1.3 Weit verbreitete Kühlverfahren . . . . .   | 2        |
| 2.2 Primäre/Sekundäre Thermometer . . . . .  | 3        |
| 2.3 Paramagnetismus . . . . .  | 3        |
| 2.4 Curie- und Curie-Weiss-Gesetz . . . . .  | 3        |
| 2.5 Herleiten des Curie-Gesetzes für einen idealen Paramagneten . . . . .  | 3        |
| 2.6 Eigenschaften von $^3\text{He}$ und $^4\text{He}$ . . . . .  | 4        |
| <b>3 Versuchsaufbau</b>  | <b>4</b> |
| <b>4 Versuchsdurchführung &amp; Auswertung</b>   | <b>4</b> |
| 4.1 Vorbereitung der Messungen . . . . .   | 4        |
| 4.2 Aufgabe i): Ermitteln der Temperaturdifferenzen zwischen Probenort und Oberfläche des Heliums . . . . .      | 4        |
| 4.3 Aufgabe j): Überprüfen ob die Suszeptibilität der Probe einem Curie- oder Curie-Weiss-Gesetz folgt . . . . . | 5        |
| 4.4 Aufgabe k): Verlauf der Aufwärmung . . . . .   | 6        |
| 4.5 Aufgabe l): Bestimmen der Wärmeenergien . . . . .  | 7        |
| <b>5 Ergebnis</b>  | <b>8</b> |

---

## 1 Einführung

---

In diesem Versuch sollen in einem He-Badkryostaten Temperaturen im Bereich von 1 K bis 4.2 K hergestellt werden. Helium hat in diesem Temperaturbereich spezielle Eigenschaften. Unterhalb des  $\lambda$ -Punktes wird Helium suprafluid. Es verliert seine Viskosität und ist in der Lage Oberflächen entgegen der Schwerkraft hinaufzufließen. Ziel dieses Versuches ist es, den  $\lambda$ -Punkt von Helium zu bestimmen. Dazu wird eine paramagnetische Substanz als sekundäres Thermometer benutzt, indem die Suszeptibilität dieser Probe gemessen und daraus auf die Temperatur geschlossen wird.

---

## 2 Theoretische Grundlagen

---

### 2.1 Kühlverfahren und Geräte zum Erreichen tiefer Temperaturen

---

Abhängig von der gewünschten Temperaturdifferenz und der Temperatur bei der die Abkühlung geschehen soll, werden verschiedene Kühlverfahren eingesetzt.

---

#### 2.1.1 Dewar-Gefäß

---

Ein Dewar-Gefäß ist ein Behälter mit zwei Wänden, wobei der Raum zwischen den Wänden evakuiert ist. Dadurch findet fast kein Wärmetransport statt. Um einen Wärmeaustausch mit der Umgebung durch Wärmestrahlung bestmöglich zu verhindern wird zudem eine Wand verspiegelt.

---

#### 2.1.2 Badkryostaten

---

Ein Badkryostat besteht aus einem Dewargefäß, das von flüssigem Stickstoff umhüllt wird. Um den flüssigen Stickstoff herum befindet sich ein Vakuum, das den Wärmetransport zur Umwelt verhindern soll. Durch die geringere Temperaturdifferenz zwischen dem Inneren des Gefäßes und dem flüssigen Stickstoff ( $T_{\text{LN}_2} = 77 \text{ K}$ ) im Vergleich zur Umgebungstemperatur, die meist bei ca. 290 K liegt, findet weniger Wärmeaustausch mit der Umgebung statt. Außerdem dient das LN dazu, das System vorzukühlen. Das ist sinnvoll, da deutlich mehr Helium verloren ginge, wenn das System nur mit Helium gekühlt würde. Bei einem mit LN vorgekühlten System muss das Helium nur noch von einer Temperatur von 77 K heruntergekühlt werden, was eine geringere Verdampfungswärme und somit eine Heliumersparnis zur Folge hat. In Badkryostaten können Temperaturen von wenigen Kelvin erreicht werden.

---

#### 2.1.3 Weit verbreitete Kühlverfahren

---

- Joule-Thomson-Effekt  
Als Joule-Thomson-Effekt wird der Effekt bezeichnet, dass sich reales Gas bei Expansion abkühlt.
- Kältepumpe  
Eine Kältepumpe arbeitet nach dem bekannten Prinzip der Wärme-/Kältepumpe. Die Effizienz ist begrenzt durch die Effizienz des Carnot-Prozesses.
- Linde-Zyklus: Der Linde-Zyklus ist benannt nach Carl von Linde. Er kombinierte einen Wärmetauscher und den Joule-Thomson-Effekt und ermöglicht es so, Gase wie Stickstoff zu verflüssigen.
- Verdampfungskühlung  
Verdampft eine Flüssigkeit, so kühlt sie ab. Dies liegt daran, dass Atome/Moleküle im gasförmigen Zustand einen größeren mittleren Abstand haben als im flüssigen Zustand. Folglich müssen sie aufgrund der anziehenden Wechselwirkung potentielle Arbeit verrichten. Wegen der Energieerhaltung muss die Temperatur sinken. Diese Methode wird auch im Versuch verwendet. Damit die Flüssigkeit abkühlt, muss verdampfte Flüssigkeit abgepumpt werden. So muss weitere Flüssigkeit verdampfen, was wiederum mit einer Abkühlung verbunden ist. Die Abkühlung verläuft entlang der Dampfdruckkurve.
- Isentrope Entmagnetisierung  
Diese Methode kommt bei Temperaturen unter 0.01 K zum Einsatz. Sie nutzt ein externes Magnetfeld und die Aufspaltung von Energiezuständen aus.
- Adiabatische Entmagnetisierung  
Die adiabatische Entmagnetisierung ist ein Verfahren, mit dem ein System mit einer Temperatur von wenigen Kelvin auf eine Temperatur in der Größenordnung von  $10^{-2} \text{ K}$  abgekühlt werden kann.

$$T_f = T_i \left( \frac{H_f}{H_i} \right) \quad (1)$$

- Kernentmagnetisierung  
Mit der Kernentmagnetisierung gelingt es, Temperaturen von  $1.2 \cdot 10^{-6} \text{ K}$  zu erreichen.
-

---

## 2.2 Primäre/Sekundäre Thermometer

---

Man unterscheidet zwischen primären und sekundären Thermometern. Bei primären Thermometern ist die Theorie hinreichend gut bekannt, sodass keine Kalibrierung notwendig ist. Sekundäre Thermometer müssen geeicht werden. Sie haben den Vorteil, dass sie meist kleiner, billiger und einfacher handhabbar sind. Beispiele sind: Thermoelemente, elektrische Widerstände, Dioden (Strom-Spannungskennlinie), temperaturabhängige Kapazitäten und Paramagneten. Ein Paramagnet wird im Versuch verwendet.

---

## 2.3 Paramagnetismus

---

Paramagnetismus tritt bei Stoffen auf, bei denen die Atome permanente magnetische Dipole  $p_m$  besitzen. Aufgrund der thermischen Bewegung sind diese über alle Raumrichtungen verteilt. Wird ein äußeres Magnetfeld angelegt, werden die Dipole zu einem gewissen Grad ausgerichtet. Nach Abschalten des Magnetfeldes geht die Ausrichtung wieder verloren.

Paramagnetische Stoffe sind durch eine magnetische Suszeptibilität von  $\chi > 0$  und  $10^{-6} < |\chi| < 10^{-4}$  gekennzeichnet.

---

## 2.4 Curie- und Curie-Weiss-Gesetz

---

Geht man von einem idealen Paramagneten aus, der aus einer bestimmten Anzahl von wechselwirkungsfreien magnetischen Momenten besteht, so ergibt sich für die magnetische Suszeptibilität das Curie-Gesetz (Herleitung siehe unten) mit der Curie-Konstanten  $C$ :

$$\chi_T = \frac{C}{T} \quad (2)$$

Berücksichtigt man die Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten, so erhält man das Curie-Weiß-Gesetz.

$$\chi_T = \frac{C}{T - \theta} \quad (3)$$

Wobei  $\theta$  die Curie-Temperatur bezeichnet.

---

## 2.5 Herleiten des Curie-Gesetzes für einen idealen Paramagneten

---

Sei  $N$  die Anzahl der magnetischen Momente des idealen Paramagneten. Für das magnetische Moment gilt:

$$\vec{\mu} = -g_j \mu_B \vec{J} \quad (4)$$

$g_j$  bezeichnet den Landéschen  $g$ -Faktor,  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton und  $\vec{J}$  den Gesamtdrehimpuls. Für ein magnetisches Moment gibt es in einem Magnetfeld genau 2 Energieeigenzustände, in denen kein Drehmoment vorhanden ist. Dies ist genau dann der Fall, wenn das Moment parallel  $E_-$  oder antiparallel  $E_+$  bzgl. des Magnetfeldes ausgerichtet ist. Die Energie ist gegeben durch  $E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ . Somit ergibt sich:

$$E_+ = g_j \mu_B J B \quad (5)$$

$$E_- = -g_j \mu_B J B \quad (6)$$

Die Besetzungszahlen sind durch die Boltzmann-Statistik gegeben:

$$N_{\pm} = N \cdot \frac{e^{\pm \frac{g_j \mu_B J B}{k_B T}}}{e^{\frac{g_j \mu_B J B}{k_B T}} + e^{-\frac{g_j \mu_B J B}{k_B T}}} \quad (7)$$

Substituiert mit  $z = \frac{g_j \mu_B J B}{k_B T}$  ergibt sich für die gesamte Magnetisierung:

$$M = |\vec{\mu}| N_+ - |\vec{\mu}| N_- = N \cdot |\vec{\mu}| \cdot \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}} = N \cdot |\vec{\mu}| \cdot \tanh(z) \quad (8)$$

Für  $z = \frac{g_j \mu_B J B}{k_B T} \ll 1$  lässt sich nähern:  $\tanh(z) \approx z$

$$M = N \cdot |\vec{\mu}| \cdot \frac{g_j \mu_B J}{k_B T} \cdot B \quad (9)$$

Für die magnetische Suszeptibilität gilt  $\chi = \frac{\partial M}{\partial B}$ . Folglich ergibt sich aus Gleichung (9):  $\chi \sim \frac{1}{T}$

Somit folgt das Curie-Weiss-Gesetz (2):

$$\chi_T = \frac{C}{T} \quad (10)$$

---

---

## 2.6 Eigenschaften von $^3\text{He}$ und $^4\text{He}$

---

Helium wird primär aus natürlichen Gasquellen gewonnen.  $^4\text{He}$  entsteht in Folge von  $\alpha$ -Zerfall,  $^3\text{He}$  meist als Nebenprodukt in Kernreaktoren. Helium hat einen deutlich höheren Preis als – der auch zum Erreichen von tiefen Temperaturen eingesetzte – Stickstoff.

$^4\text{He}$  wird unterhalb einer Temperatur von 2.1768 K suprafluid, d.h. es verliert seine Viskosität. Dann kann es entgegen der Gravitation an Objekten hinauffließen und diese dadurch umhüllen. Aufgrund der geringen Verdampfungswärme muss flüssiges Helium thermisch sehr gut isoliert werden. Im suprafluiden Zustand besitzt Helium unter idealen Bedingungen eine unendlich große Wärmeleitfähigkeit unter praktischen Bedingungen ist sie endlich, aber sehr groß. Knapp unterhalb des  $\lambda$ -Punkts geht die Wärmekapazität von Helium gegen unendlich. Folgt man der Dampfdruckkurve, geht weder  $^4\text{He}$  noch  $^3\text{He}$  in den festen Aggregatzustand über.

Die wichtigsten Eigenschaften der beiden Helium-Isotope  $^3\text{He}$  und  $^4\text{He}$  sind in untenstehender Tabelle aufgelistet.<sup>1</sup>

|  | $^3\text{He}$ | $^4\text{He}$ |
|--|---------------|---------------|
| Kritische Temperatur $T_c$ (K)               | 3.32          | 5.20          |
| Lambdapunkt $T_\lambda$ (K)                  | 0.0025        | 2.1768        |
| Siedepunkt $T_b$ (K) bei $p = 1$ bar         | 3.19          | 4.21          |
| Verdampfungswärme $L$ ( $\text{kJ l}^{-1}$ ) | 0.48          | 2.56          |
| Schmelzdruck $p_m$ (bar) bei $T = 0$ K       | 34.39         | 25.36         |
| Spin   | 1/2           | 0             |
| Teilchenart                                  | Fermion       | Boson         |

---

## 3 Versuchsaufbau

---

Der Versuchsaufbau besteht aus einem Badkryostaten, in dem sich eine paramagnetische Probe befindet und einem Messgerät, mit dem die Suszeptibilität der Probe gemessen werden kann. Der Aufbau des Kryostaten wurde oben bereits erwähnt. Vom Probenraum des Kryostaten gibt es eine Muffenverbindung, durch die Helium eingefüllt werden kann und eine Leitung, die über zwei Dosierventile (ein grobes und ein feines) mit einer Drehschieberpumpe verbunden ist, die das abgedampfte Helium in die Rückleitung pumpt. An den Zwischenraum ist eine Turbomolekularpumpe angeschlossen, die über ein Manometer zur Kontrolle des Vakuums verfügt.

---

## 4 Versuchsdurchführung & Auswertung

---

### 4.1 Vorbereitung der Messungen

---

Zur Vorbereitung der Messungen wurde die Zwischenkammer des Kryostaten mit flüssigem Stickstoff bis zu einer Höhe von  $h \approx 45$  cm befüllt. Danach wurde mit einer Turbomolekularpumpe das Isoliervakuum zwischen dem Probenraum des Kryostaten und dem Stickstoffbehälter erzeugt. Der absolute Druck in diesem Zwischenraum lag nach dem Evakuierungsprozess bei  $p = 1.2 \cdot 10^{-3}$  mbar. Anschließend wurde der Heliumtank an die Muffenverbindung angeschlossen und der Probenraum mit flüssigem  $^4\text{He}$  gefüllt. Der Druck im Probenraum lag zu diesem Zeitpunkt laut Manometer bei  $p = 760$  Torr.

### 4.2 Aufgabe i): Ermitteln der Temperaturdifferenzen zwischen Probenort und Oberfläche des Heliums

---

Der Druck an der Oberfläche des Heliums wurde gemessen. Der Druck am Probenort lässt sich berechnen, indem der statische Druck durch die Heliumsäule addiert wird.

$$p_{\text{Probe}} = p_{\text{Ob}} + p_{\text{He}} = p_{\text{Ob}} + \rho_{\text{He,fl}} h g \quad (11)$$

Wobei  $p_{\text{Ob}}$  den gemessenen Druck an der Oberfläche und  $p_{\text{He}}$  den Druck durch die Heliumsäule bezeichnet. Die Dichte des flüssigen Heliums beträgt  $\rho_{\text{He,fl}} = 0.145 \text{ g/cm}^3$ . Die Höhe des Probenortes liegt bei  $h_{\text{Probe}} = 0$  cm, so dass die Höhendifferenz der gemessenen Höhe der Heliumsäule entspricht. In untenstehender Tabelle sind die Temperaturen am Probenort aufgeführt. Die Werte für die Temperatur sind der Dampfdruckkurve entnommen.

---

<sup>1</sup> Die aufgelisteten Werte sind [4] entnommen.

| $T$ in K | $p_{\text{Ob}}$ in Torr | $h$ in cm | $\Delta p$ in Torr | $p_{\text{Probe}}$ in Torr (kPa) | $T_{\text{Probe}}$ in K | $\Delta T$ in K |
|----------|-------------------------|-----------|--------------------|----------------------------------|-------------------------|-----------------|
| 4.2      | 744.285                 | 23.4      | 2.49673            | 746.78173 (99.55762)             | 4.2035                  | 0.0035          |
| 2.1458   | 35.0                    | 24.15     | 2.57678            | 37.57678 (5.00957)               | 2.1742                  | 0.0284          |
| 2.3872   | 61.0                    | 24.15     | 2.57675            | 63.57675 (8.47577)               | 2.4070                  | 0.0198          |
| 1.7158   | 9.0                     | 24.3      | 2.59280            | 11.59280 (1.54550)               | 1.7837                  | 0.0679          |

Wie zu sehen ist, liegt  $\Delta T$  für Temperaturen in der Nähe des  $\lambda$ -Punktes und darunter in einer Größenordnung von  $10^{-2}$  Torr. Da die relative Änderung der Höhe  $h$  sehr gering war, kann die Druckdifferenz als konstant angenommen werden. Zudem konnte die Höhe  $h$  nur ungenau an der Millimeterskala abgelesen werden. Daher ist für  $T = 2.387$  K die Temperaturdifferenz größer als für  $T = 2.1458$  K, was laut der Dampfdruckkurve nicht der Fall sein dürfte.

Die Temperaturdifferenz ist nur für Temperaturen knapp oberhalb des  $\lambda$ -Punktes zu berücksichtigen. Wie in der Tabelle zu sehen ist, wird die Differenz bei höheren Temperaturen deutlich geringer und kann daher aufgrund der Messungenauigkeit vernachlässigt werden. Unterhalb des  $\lambda$ -Punktes ist die Wärmeleitfähigkeit des Heliums so groß, dass die Wärme instantan abgeführt wird und somit kein Temperaturunterschied besteht.

### 4.3 Aufgabe j): Überprüfen ob die Suszeptibilität der Probe einem Curie- oder Curie-Weiss-Gesetz folgt

Gemessen wurde die Suszeptibilität in Abhängigkeit des Druckes. Durch Abpumpen von Helium aus dem Probenraum des Kryostaten wurde der Druck abgesenkt. Da die Phasen flüssig und gasförmig im Gleichgewicht sind, läuft der Prozess entlang der Dampfdruckkurve ab und die Temperatur kann direkt aus dem Druck gewonnen werden. Die Suszeptibilität der Probe ist in Abhängigkeit der Temperatur in Abb.1 aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass die Suszeptibilität einem Curie-Weiß-Gesetz folgt, das Curie-Gesetz aber eine gute Näherung ist. Wegen einer Leerinduktivität ergibt sich eine konstante Verschiebung  $\chi_0$ . Diese haben wir im Fit (siehe unten) berücksichtigt.

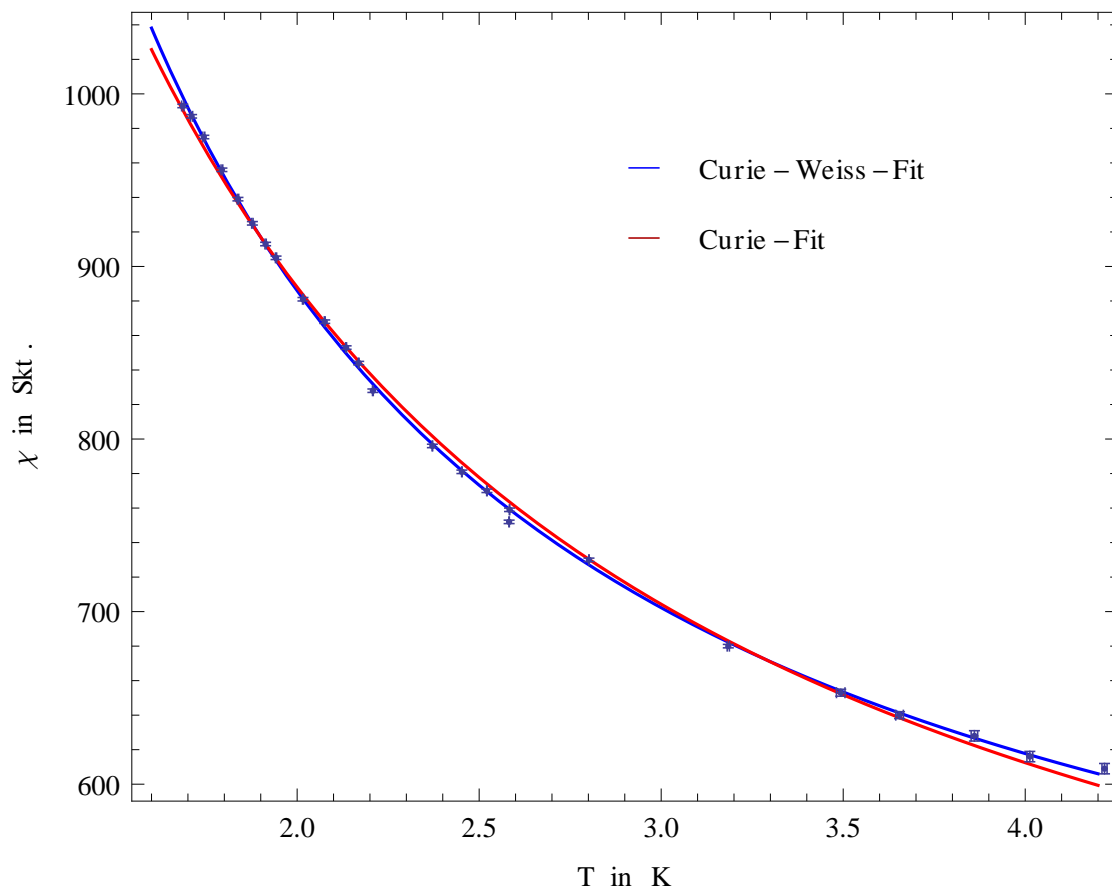


Abbildung 1: Suszeptibilität der Probe in Abhängigkeit der Temperatur.

Als Fit für das Curie-Gesetz ergibt sich

$$\chi(T) = 336.989 + \frac{1101.85}{T} \quad (12)$$

mit  $\chi_0 = (336.989 \pm 4.05748)$  Skt. und  $C = (1101.85 \pm 9.13085)$  K.

Der Fit für das Curie-Weiß-Gesetz lautet

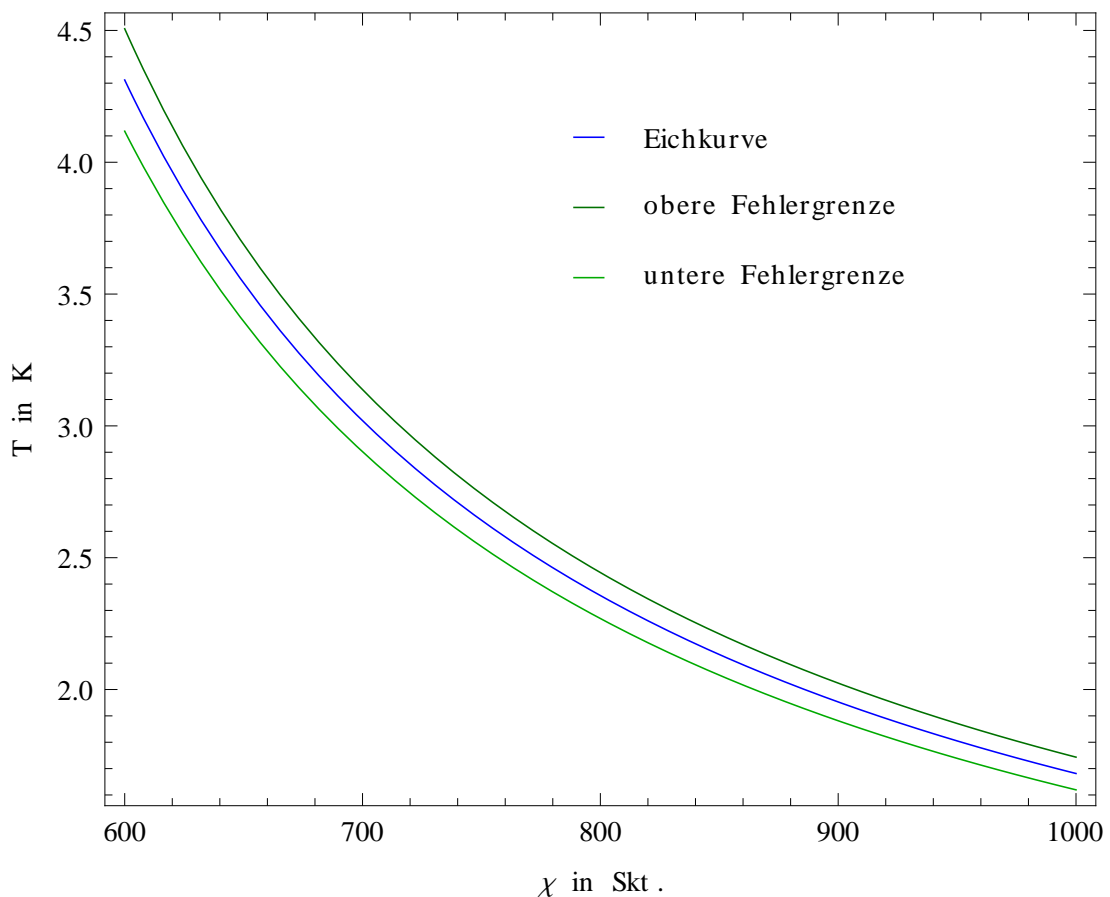
$$\chi(T) = 389.19 + \frac{846.834}{-0.295025 + T} \quad (13)$$

mit  $\chi_0 = (389.19 \pm 6.74824)$  Skt.,  $C = (846.834 \pm 29.4939)$  K und  $\theta = (0.295025 \pm 0.0356815)$  K.

Aufgrund der besseren Übereinstimmung mit den Messwerten wird aus letzterem Fit die Eichfunktion durch Auflösen nach  $T$  bestimmt. Sie ergibt sich zu

$$T(\chi) = \frac{c}{\chi - \chi_0} + \theta \quad (14)$$

und ist in Abb. 2 aufgetragen.



**Abbildung 2:** Eichfunktion des Thermometers. Die Fehlergrenzen sind grün eingezeichnet.

---

#### 4.4 Aufgabe k): Verlauf der Aufwärmung

---

Zur Bestimmung des Verlaufs der Aufwärmung wurde die Suszeptibilität in Abhängigkeit des Druckes bei abgeschalteter Drehschieberpumpe und geschlossenen Ventilen gemessen, d.h. während der Messung konnte kein Helium den Probenraum verlassen. Die Aufwärmung resultiert aus dem Wärmeaustausch mit der Umgebung, der trotz des Vakuums noch minimal vorhanden ist.

---

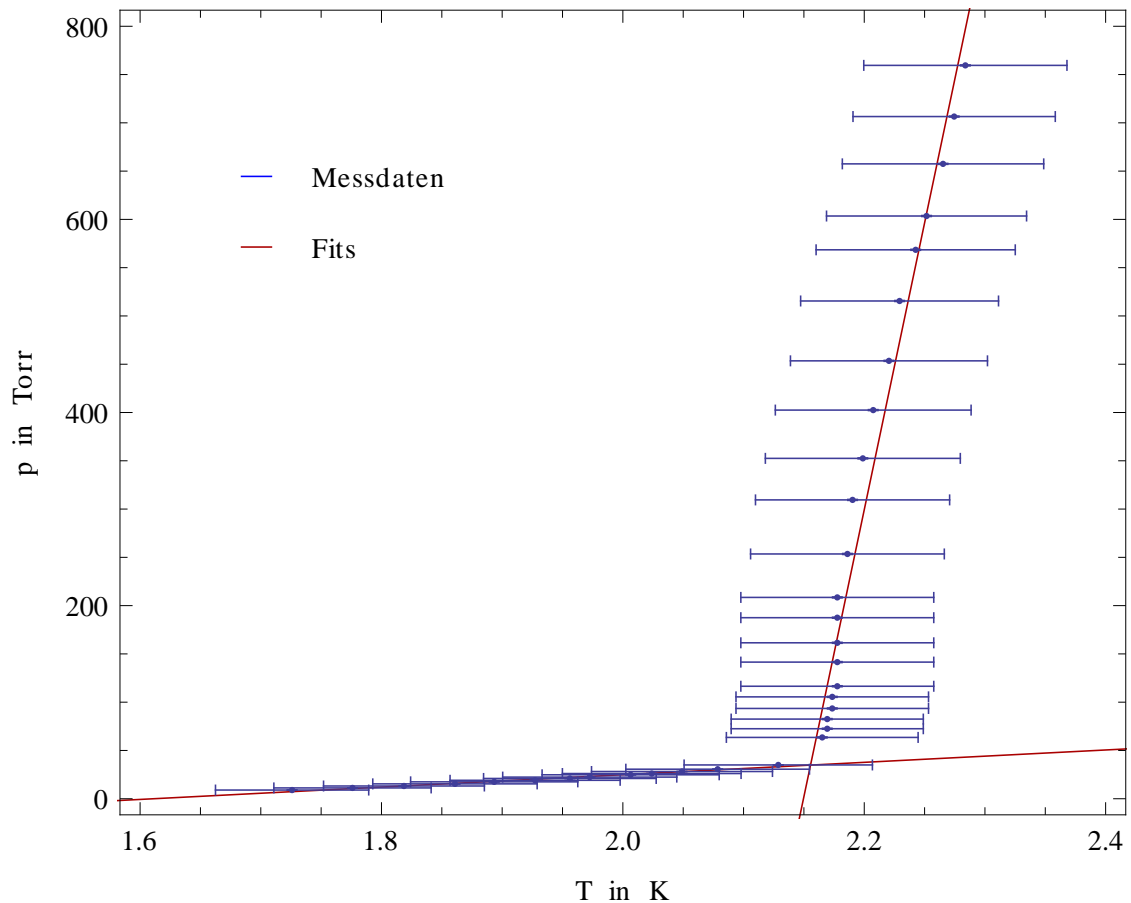


Abbildung 3: p-T-Phasendiagramm. Zu Erkennen ist der  $\lambda$ -Übergang.

Der  $\lambda$ -Übergang macht sich im Phasendiagramm durch einen Knick bemerkbar. Das liegt daran, dass sich die Wärmekapazität am  $\lambda$ -Punkt sprunghaft stark ändert. Die Wärmekapazität  $c = \frac{dQ}{dT}$  ist knapp unterhalb des  $\lambda$ -Übergangs nahezu unendlich, darüber nimmt sie einen deutlich niedrigeren Wert an. Die Wärmezufuhr durch die Wände des Behälters kann als konstant angesehen werden. Das hat Auswirkungen auf die Steigung der Kurve. Unterhalb des  $\lambda$ -Punktes ist sie deutlich geringer als darüber.

Als Fitgeraden erhalten wir

$$p_- = 64.02 \cdot T - 103.1 \quad (15)$$

$$p_+ = 5942.15 \cdot T - 12773.5 \quad (16)$$

$p_-$  bezeichnet die Fitgerade unterhalb des  $\lambda$ -Übergangs,  $p_+$  jene oberhalb des  $\lambda$ -Übergangs. Der Schnittpunkt der beiden Geraden gibt den  $\lambda$ -Punkt an, er liegt bei 2.155 K. Dieser Wert weicht um 0.0213 K vom Literaturwert ab und liegt innerhalb der Fehlergrenzen der Eichkurve. Die relative Abweichung liegt bei 0.98%. Die Eichung unseres Thermometers kann daher für die meisten praktischen Zwecke als ausreichend genau angesehen werden.

#### 4.5 Aufgabe I): Bestimmen der Wärmeenergien

Bei bekannter Temperaturveränderung ergibt sich die zugeführte Wärmeenergie gemäß

$$dQ = m \cdot c \cdot dT \quad (17)$$

Während des Aufwärmprozesses ist ein Teil des flüssigen Heliums verdampft, d.h. die Wärmeenergie, die sich aus Gleichung (17) ergibt, muss noch um die Verdampfungswärme ergänzt werden. Für die gesamte, während des Aufwärmprozesses deponierte Energie ergibt sich dann

$$Q = m \cdot \int_{T_0}^{T_1} c(T) \cdot dT + Q_{v,mol} \cdot N \quad (18)$$



---

wobei  $N = \frac{m}{m_{\text{mol}}}$  die Anzahl der Mols angibt. Die molare Masse von Helium beträgt 4.0026 g/mol. Die Masse des verdampften Heliums ist gegeben durch  $m = \pi r^2 \cdot \Delta h \cdot \rho_{\text{He,fl}} = 6.56 \text{ g}$ . Damit folgt  $N = 1.63885$ . Die Verdampfungswärme beträgt somit

$$Q_v = 152.4 \text{ J}$$

Da uns der Verlauf der Funktion  $c(T)$  unbekannt ist, müssen wir anstelle des Integrals eine Summe verwenden, mit der alle diskreten, gemessenen Werte aufaddiert werden, d.h.

$$Q_T = m \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \frac{c(T_{i+1}) - c(T_i)}{2} (T_{i+1} - T_i) \quad (19)$$

Das Volumen der Heliumsäule hat sich im Laufe der Erwärmung um 0.9 mm geändert. Dies ist im Vergleich zur Höhe der Säule von ca. 24 cm vernachlässigbar, daher wird die Masse vor die Summe gezogen und das Volumen mit der mittleren Höhe von  $\bar{h} = 23.85 \text{ cm}$  berechnet. Damit ergibt sich eine Masse der Heliumsäule von  $m = 173.8 \text{ g}$  und eine Wärmemenge von

$$Q_T = 448.9 \text{ J}$$

Die Wärmemenge  $Q_T$  ist der Teil der zugeführten Wärme, der zur Temperaturerhöhung beigetragen hat. Für die gesamte deponierte Wärmeenergie erhalten wir

$$Q = Q_T + Q_v = 601.3 \text{ J} \quad (20)$$

Die Wärmestrahlung ist proportional zu  $T^4$ . Daher kann die vom Helium emittierte Strahlung (bei  $T \leq 4.2 \text{ K}$ ) vernachlässigt werden gegenüber der absorbierten Strahlung, die der emittierten Strahlung des Stickstoffs bei  $T = 77 \text{ K}$  entspricht. Mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz und  $Q = P \cdot t$  wäre durch die Wärmestrahlung eine deponierte Energie von

$$Q_{\text{Strahlung}} = \sigma \varepsilon T^4 A \cdot \Delta t \quad (21)$$

zu erwarten. Für die Fläche  $A$  wird nur die Mantel- und die Bodenfläche der Heliumsäule berücksichtigt, da sich an der Oberfläche gasförmiges Helium befindet, dessen Temperatur nur minimal über der des Flüssigen liegt. Die Wärmestrahlung an der Oberfläche ist daher vernachlässigbar. Um die maximale deponierte Energie zu bekommen, gehen wir von einem schwarzen Körper aus und setzen  $\varepsilon = 1$ . Mit  $\Delta t = 7795 \text{ s}$ ,  $r = 4 \text{ cm}$  und  $A = \pi r^2 + 2\pi r \cdot h = 650 \text{ cm}^2$  würde die durch Wärmestrahlung deponierte Energie

$$Q_{\text{Strahlung, max}} = 1009.5 \text{ J}$$

betragen. Tatsächlich wird diese Energie nicht im Helium deponiert, da das Dewar-Gefäß weitgehend verspiegelt ist.

---

## 5 Ergebnis

Wir haben in einem Badkryostaten Temperaturen von wenigen Kelvin erreichen können. Es ist gelungen eine paramagnetische Probe als sekundäres Thermometer zu eichen. Die Eichung war hinreichend genau, wie der Vergleich des von uns ermittelten Wertes für den  $\lambda$ -Punkt mit dem Literaturwert zeigt. Beide Werte weichen erst in der zweiten Nachkommastelle voneinander ab. Diese Genauigkeit übertrifft die im Vorfeld des Versuches gestellten Erwartungen. Durch ein Sichtfenster im Kryostaten konnte das flüssige Helium beobachtet werden. Es fiel auf, dass die Oberfläche des Heliums unterhalb des  $\lambda$ -Punktes vollkommen glatt war.

---

## Literatur

- [1] Ashcroft, Neil W., Mermin, David N.: Festkörperphysik. Übersetzung von Dr. Jochen Greß, Berlin. München <sup>3</sup>2007.
- [2] Demtröder, Wolfgang: Experimentalphysik I. Berlin: Springer <sup>5</sup>2008.
- [3] Demtröder, Wolfgang: Experimentalphysik II. Berlin: Springer <sup>5</sup>2009.
- [4] Pobell, Frank: Matter and Methods at Low Temperatures. Berlin: Springer <sup>3</sup>2007.

---

---

**Messdaten**

---

| $p / \text{torr}$ | $\Delta p / \text{torr}$ | $\chi / \text{Skt}$ | $\Delta \chi / \text{Skt}$ |
|-------------------|--------------------------|---------------------|----------------------------|
| 757               | 5                        | 609                 | 3                          |
| 620               | 5                        | 616                 | 3                          |
| 530               | 5                        | 628                 | 3                          |
| 423               | 5                        | 640                 | 2                          |
| 350               | 5                        | 653                 | 2                          |
| 235               | 1                        | 680                 | 1                          |
| 132               | 0.1                      | 730                 | 1                          |
| 89.8              | 0.1                      | 752                 | 1                          |
| 90                | 0.1                      | 759                 | 1                          |
| 80                | 0.1                      | 770                 | 1                          |
| 69.8              | 0.1                      | 781                 | 1                          |
| 59                | 0.1                      | 796                 | 1                          |
| 40.8              | 0.1                      | 828                 | 1                          |
| 37.1              | 0.1                      | 844                 | 1                          |
| 34                | 0.1                      | 853                 | 1                          |
| 29.1              | 0.1                      | 868                 | 1                          |
| 24.6              | 0.1                      | 881                 | 1                          |
| 19.7              | 0.1                      | 905                 | 1                          |
| 18                | 0.1                      | 913                 | 1                          |
| 16                | 0.1                      | 925                 | 1                          |
| 14                | 0.1                      | 939                 | 1                          |
| 12                | 0.1                      | 956                 | 1                          |
| 10                | 0.1                      | 975                 | 1                          |
| 8.8               | 0.1                      | 987                 | 1                          |
| 8                 | 0.1                      | 993                 | 1                          |

| p / torr | $\Delta p$ / torr | $\chi$ / Skt | t / s | h / cm |
|----------|-------------------|--------------|-------|--------|
| 9.       | 0.1               | 981          | 180   | 24.3   |
| 11.2     | 0.1               | 961          | 550   | 24.25  |
| 13.2     | 0.1               | 945          | 1025  | 24.2   |
| 15.4     | 0.1               | 930          | 1555  | 24.2   |
| 17.5     | 0.1               | 919          | 1915  | 24.2   |
| 19.1     | 0.1               | 908          | 2235  | 24.18  |
| 21.      | 0.1               | 899          | 2575  | 24.18  |
| 22.4     | 0.1               | 894          | 2805  | 24.18  |
| 24.8     | 0.1               | 884          | 3145  | 24.17  |
| 26.1     | 0.1               | 879          | 3355  | 24.17  |
| 28.2     | 0.1               | 872          | 3685  | 24.2   |
| 30.6     | 0.1               | 864          | 4015  | 24.17  |
| 35.      | 0.1               | 851          | 4630  | 24.15  |
| 63.5     | 0.5               | 842          | 5185  | 24.15  |
| 72.5     | 0.5               | 841          | 5245  | 24.1   |
| 82.5     | 0.5               | 841          | 5265  | 24.    |
| 93.5     | 0.5               | 840          | 5295  | 24.    |
| 105.5    | 0.5               | 840          | 5350  | 24.    |
| 116.5    | 0.5               | 839          | 5390  | 24.    |
| 141.5    | 0.5               | 839          | 5485  | 23.95  |
| 161.5    | 0.5               | 839          | 5555  | 23.9   |
| 187.5    | 0.5               | 839          | 5665  | 23.9   |
| 208.5    | 0.5               | 839          | 5755  | 23.9   |
| 253.5    | 0.5               | 837          | 5930  | 23.8   |
| 309.5    | 0.5               | 836          | 6160  | 23.75  |
| 352.5    | 0.5               | 834          | 6310  | 23.7   |
| 402.5    | 0.5               | 832          | 6515  | 23.7   |
| 453.5    | 0.5               | 829          | 6700  | 23.7   |
| 515.5    | 0.5               | 827          | 6925  | 23.65  |
| 568.5    | 0.5               | 824          | 7120  | 23.6   |
| 603.5    | 0.5               | 822          | 7235  | 23.5   |
| 657.5    | 0.5               | 819          | 7435  | 23.5   |
| 706.5    | 0.5               | 817          | 7600  | 23.45  |
| 759.5    | 0.5               | 815          | 7795  | 23.4   |

**Abbildung 5:** Messdaten der Aufwärmphase