

# 1.5: Zeeman-Effekt

Maximilian Rudolf Lubba

Matrikel-Nr.: [REDACTED]

Benjamin Wolfgang Kosmala

Matrikel-Nr.: [REDACTED]

Betreuer: Timothy Wohlfromm

Versuch durchgeführt am: 7. Mai 2018

Abgabedatum: 3. Juli 2018



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Physikalisches Praktikum  
für Fortgeschrittene

Abteilung B

Hiermit versichern wir, das vorliegende Protokoll für das Physikalische Praktikum für Fortgeschrittene ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 3. Juli 2018,

\_\_\_\_\_  
Maximilian Rudolf Lubba

\_\_\_\_\_  
Benjamin Wolfgang Kosmala

1	Einleitung	2
2	Versuchsziel	2
3	Theoretische Grundlagen	2
3.1	Aufbau und grundlegende Beobachtung . . . . .	2
3.2	Polarisiertes Licht . . . . .	3
3.3	Nachweis von polarsiertem Licht . . . . .	4
3.4	Klassische Erklärung des Zeeman-Effekts . . . . .	5
3.5	Wechselwirkungen im Atom und deren Näherungen . . . . .	6
3.6	LS-Kopplung . . . . .	7
3.6.1	Notation . . . . .	7
3.6.2	Auftragung nach Grotrian . . . . .	8
3.6.3	Multipletts . . . . .	8
3.7	jj-Kopplung . . . . .	8
3.8	Auswahlregeln für optische Übergänge . . . . .	9
3.9	Magnetisches Moment und g-Faktor . . . . .	9
3.10	Quantenmechanische Erklärung . . . . .	10
3.10.1	Anomaler Zeeman-Effekt . . . . .	10
3.10.2	Normaler Zeeman-Effekt . . . . .	10
3.10.3	Paschen-Back-Effekt . . . . .	11
3.11	Funktionsweise eines Fabry-Perot-Interferometers . . . . .	11
4	Versuchsdurchführung und Auswertung	12
4.1	Versuchsaufbau . . . . .	12
4.2	Normaler Zeeman-Effekt . . . . .	13
4.3	Quantenmechanische Effekte in Helium . . . . .	17
4.4	Quantenmechanische Effekte des Quecksilbers . . . . .	18
4.5	Bestimmung des Bohrschen Magnetons $\mu_B$ . . . . .	19
5	Fazit	21
6	Quellenverzeichnis	22

---

## 1 Einleitung

---

Der im Jahr 1896 entdeckte Zeeman-Effekt stellte eine grundlegende Entdeckung zur Prägung des Teilchenmodells dar. Durch ihn konnten einige von Lorentz hergeleiteten Vorhersagen für das Verhalten von Licht in Magnetfeldern und die Existenz von Elektronen bestärkt werden, auch wenn ein vollständigeres Verständnis der Natur erst durch quantenmechanische Betrachtungen möglich wurde.

Trotz seines eher wegführenden Charakters findet der Zeeman-Effekt Anwendung in modernen Anwendungsgebieten. So kommt dieser etwa beim Zeeman-Slower vor, der die Niveaufspaltung nutzt, um Dopplerverschiebungen bei Lasersystemen auszugleichen.

---

## 2 Versuchsziel

---

In diesem Versuch sollen die klassischen und quantenmechanischen Erklärungsmodelle nachvollzogen bzw. soweit möglich auch bestätigt werden.

Dazu wird zunächst mithilfe von Polarisationsfiltern das ausgesendete Licht allgemein auf Links- und Rechtspolarität hin untersucht.

Anschließend werden durch Einsetzen von Farbfiltern in den Strahlengang bestimmte Übergänge selektiert, deren Spins nicht Null sind, um eine Aufspaltung in mehr als drei Linien zu beobachten. Dies erlaubt auch die Messung des Bohr'schen Magnetons.

Durch geeignete Erhöhung der Magnetfeldstärke wird an passender Stelle der Paschen-Back-Effekt geprüft.

Zuletzt kann durch

---

## 3 Theoretische Grundlagen

---

---

### 3.1 Aufbau und grundlegende Beobachtung

---

Der grundlegende Aufbau zur Beobachtung des Zeeman-Effekts besteht aus einer Gasentladungsröhre (oder ähnlichen Vorrichtungen, die Atome zum Leuchten anregen, in diesem Versuch handelt es sich um eine Geißlerröhre), die sich in einem Magneten befindet. Durch Anregen der Gasentladung werden die Gasatome zum Leuchten angeregt. Das ausgesendete Licht gelangt durch das dahinterliegende Linsensystem zu einem Interferometer, welches das Spektrum als Beugungsringe darstellt, die von einer Kamera aufgenommen werden. An bestimmten Stellen werden im Versuchsverlauf Farbfilter und Verzögerungsplatten eingesetzt. Der Aufbau ist in Abbildung 1 einzusehen.

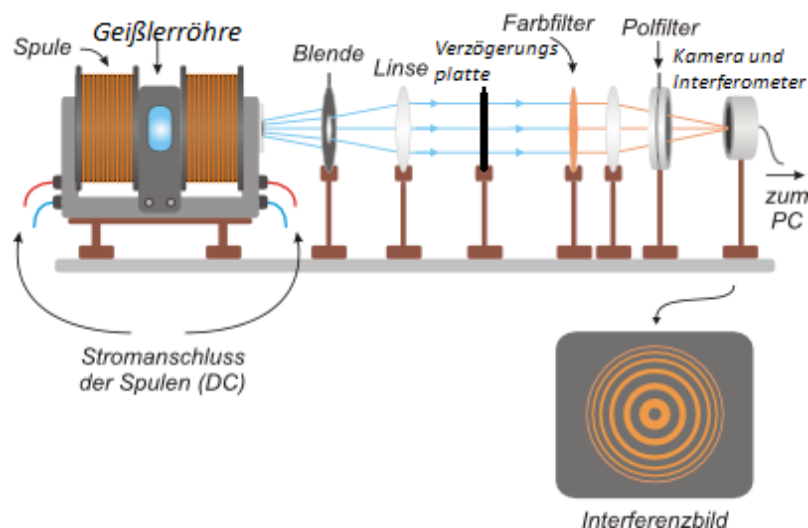


Abbildung 1: In diesem Versuch verwendeter Aufbau zur Untersuchung des Zeeman-Effekts. Verzögerungsplatte und Polfilter sind nicht immer verbaut und müssen sich nicht zwangsläufig an den eingezeichneten Stellen befinden. [1, bearbeitet]

Mit ausgeschalteten Magnetfeld kann ein scharfes, für die angeregte Atomsorte charakteristisches Energiespektrum beobachtet werden. Dieser Effekt war bereits 1859 Bunsen und Kirchhoff bekannt und liefert Rückschlüsse auf die Zusammensetzung der Lichtquelle. Neu hinzu kam die Aufteilung dieser Spektrallinien bei eingeschalteten (starken) Magnetfeld und eine Aussendung polarisierten Lichts.

### 3.2 Polarisiertes Licht

Lichtausbreitung kann durch drei linear unabhängige Vektoren im  $\mathbb{R}^3$  beschrieben werden: Der Wellenvektor  $\vec{k}$  gibt die Ausbreitungsrichtung vor, während das Verhalten des elektrischen und magnetischen Feldes durch  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$  gegeben ist. Dies ist in Abbildung 2 einzusehen.

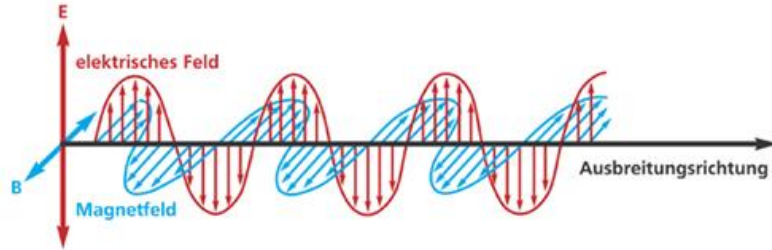


Abbildung 2: Veranschaulichung von Lichtausbreitung. Die schwarze Achse repräsentiert den  $\vec{k}$ -Vektor. Elektrisches, magnetisches Feld und Wellenvektor müssen i. A. nicht paarweise senkrecht aufeinander stehen. [2]

Polarisation beschreibt das Verhalten des  $\vec{E}$ - bzw.  $\vec{B}$ -Vektors, falls diese orthogonal zur Ausbreitungsrichtung vorliegt, es sich beim Licht also um eine Transversalwelle handelt, wobei sich Polarisation i. A. auf den  $\vec{E}$ -Vektor bezieht, was in dieser Ausarbeitung auch so gehandhabt wird.

Dann reicht es, die Ebene zu betrachten, auf der  $\vec{k}$  senkrecht steht und den  $\vec{E}$ -Vektor durch linear unabhängige Vektoren aus dieser Ebene zu beschreiben. Die Wahl dieser Basis ist zwar frei, aber zwei zueinander senkrecht stehende Vektoren erleichtern die Beschreibung am meisten, sodass die kanonischen Basisvektoren gewählt werden können. Die beiden Vektoren werden dann durch ihre Amplituden  $E_i$ , Phasenverschiebungen  $\alpha_i$  und Kreisfrequenz  $\omega$  festgelegt, wodurch sich das elektrische Feld am Ort  $\vec{r}$  zur Zeit  $t$  beschreiben lässt durch:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \begin{pmatrix} E_1 e^{i\alpha_1} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ E_2 e^{i\alpha_2} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Lineare Polarisation liegt vor, falls die Phasenverschiebung der beiden Komponenten Vielfache einer halben Periode beträgt, also falls  $\alpha_1 - \alpha_2 = n\pi$  für  $n \in \mathbb{Z}$  gilt. Dies ist in Abbildung 3 veranschaulicht.

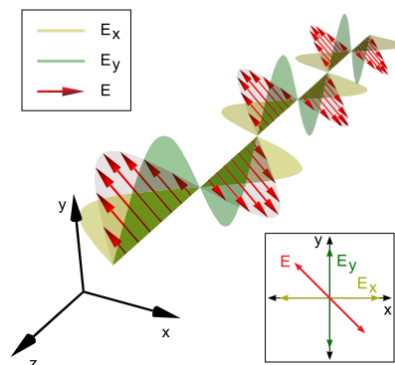


Abbildung 3: Lineare Polarisation eines Lichtstrahls. Unten rechts ist die Projektion des elektrischen Feldes in die x-y-Ebene zu sehen. [3]

Zirkular polarisiertes Licht liegt vor, falls die Phasenverschiebung die Bedingung  $\alpha_1 - \alpha_2 = n\pi + \frac{\pi}{2}$  für  $n \in \mathbb{Z}$  erfüllt und  $E_1 = E_2$  gilt, siehe Abbildung 4.



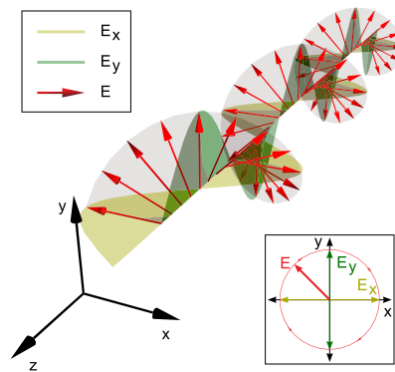


Abbildung 4: Zirkulare Polarisation eines Lichtstrahls. Unten rechts ist die Projektion des elektrischen Felds in die x-y-Ebene zu sehen. Elliptische Polarisation verhält sich ähnlich zur zirkularen, in der Projektion auf die x-y-Ebene wäre eine Ellipse zu sehen. [3]

Bei zirkularer Polarisation handelt es sich um einen Spezialfall der elliptischen Polarisation, die in allen anderen Fällen vorliegt, falls die Amplituden nicht statistisch verteilt sind und unpolarisiertes Licht vorliegt.

### 3.3 Nachweis von polarisiertem Licht

Um die verschiedenen Arten von Licht nachzuweisen, werden Polarisationsdreher genutzt. Dieser besteht aus einem doppelbrechenden Kristall, entlang dessen optischer Achse keine Änderung des Lichts auftritt. Anteile, die nicht auf der optischen Achse liegen, erfahren eine Phasenverschiebung, sodass sich die Polarisation des Lichts ändern kann. Dieser Effekt ist in Abbildung 5 skizziert.

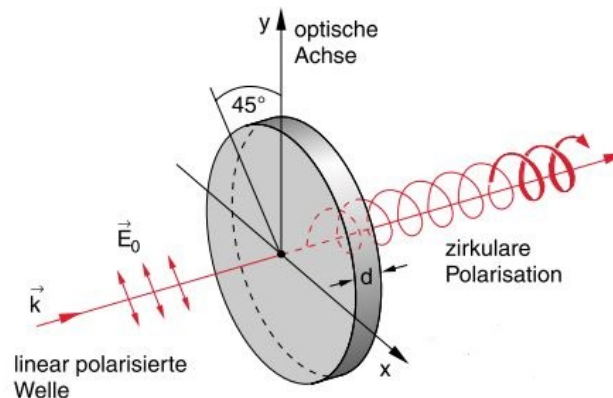


Abbildung 5: Aufbau und Funktionsweise eines Polarisationsdrehers. In der Abbildung ist ein  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen zu sehen, welches dem senkrecht zur optischen Achse liegenden Anteil des Lichts um  $\frac{\pi}{2}$  verschiebt und so aus einer linearen eine zirkulare Polarisation macht. Der Aufbau ist auf Änderungen der Wellenlängen sehr empfindlich, weshalb ein Aufbau nicht für alle Wellenlängen genutzt werden kann. [4]

Ein Polarisator ist ein Bauteil, welches nur linear polarisiertes Licht durchlässt. Durch Anbringen eines solchen hinter dem Polarisationsfilter kann durch das durchgelassene Licht auf das Licht der vor dem Filter angebrachten Quelle geschlossen werden.

Würde eine Quelle also linear polarisiertes Licht aussenden, so würde bereits der Polarisator (nach geeignet Drehung) ausreichen, um dieses nachzuweisen.

Sendet eine Quelle zirkular polarisiertes Licht aus, kann dieses durch Passieren eines  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchens zu linear polarisiertem Licht geändert werden, welches wieder in einem Polarisator nachgewiesen wird.

Im Falle von zirkular polarisiertem Licht ist eine Vorrichtung nötig, deren Phasenverschiebung der nicht auf der optischen Achse liegenden Komponente variabel ist. Dies kann durch Materialien/Vorrichtungen, deren optische Eigenschaften sich durch Anlegen einer Spannung (sowohl elektrisch als auch mechanisch), eines elektrischen Feldes (Kerr- und Pockels-Effekt) oder eines magnetischen Feldes (Faraday-Effekt) ändern, realisiert werden.

Für unpolarisiertes Licht kann ein Polarisator vor der Quelle angebracht werden und um  $360^\circ$  gedreht werden. Liegt

hinter dem Polarisator für jeden Drehwinkel dieselbe Intensität vor (dies entspricht einer gleichmäßigen statistischen Verteilung der Amplituden über jeden Drehwinkel), so ist unpolarisiertes Licht nachgewiesen.

### 3.4 Klassische Erklärung des Zeeman-Effekts

Lorentz und Zeeman erklärten die Polarisierung des Lichts, die Aufspaltung und andere Effekte dadurch, dass ein geladenes Teilchen mit magnetischen Moment (allgemein ein Ion, da das Elektron vor dem Experiment als noch nicht erwiesen galt) in der Entladungsröhre oszilliert. Dessen Bewegung wurde als Überlagerung von Schwingungen der Kreisfrequenz  $\omega_n$  mit Amplituden  $A_n$ ,  $B_n$ ,  $C_n$  und Phasenverschiebungen  $\alpha_n$ ,  $\beta_n$ ,  $\gamma_n$  als Fourier-Reihe angenommen:

$$x(t) = \sum_n A_n \cos(\omega_n t - \alpha_n) \quad (2)$$

$$y(t) = \sum_n B_n \cos(\omega_n t - \beta_n) \quad (3)$$

$$z(t) = \sum_n C_n \cos(\omega_n t - \gamma_n) \quad (4)$$

Durch Anlegen eines stationären Magnetfeldes  $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$  in z-Richtung beginnt dieses Teilchen aufgrund der Lorentzkraft, Rotationsbewegungen um die Magnetfeldachse auszuführen. Dies ändert nichts an der z-Komponente, jedoch erfahren die Frequenzen der x- und y-Komponenten eine Änderung um die Larmorfrequenz  $\omega_L$

$$\omega_L = -\frac{q}{2m}B \quad (5)$$

wobei  $q$  die Ladung und  $m$  die Masse des schwingenden Ions darstellt. Die neuen Oszillationen sind dann gegeben durch

$$x(t) = \sum_n \frac{1}{2} \sqrt{A_n^2 + B_n^2} [\cos((\omega_n + \omega_L)t - \delta_n) - \sin((\omega_n - \omega_L)t - \delta'_n)] \quad (6)$$

$$y(t) = \sum_n \frac{1}{2} \sqrt{A_n^2 + B_n^2} [\sin((\omega_n + \omega_L)t - \delta_n) + \cos((\omega_n - \omega_L)t - \delta'_n)] \quad (7)$$

$$z(t) = \sum_n C_n \cos(\omega_n t - \gamma_n) \quad (8)$$

Aus diesen Überlegungen gehen einige Vorhersagen hervor, die im Experiment verifiziert werden konnten:

Wird das System aus der x- oder y-Richtung betrachtet, so sollten drei Komponenten zu sehen sein: Zum einen die z-Komponente, die linear polarisiert ist und parallel zur Magnetfeldachse liegt. Sie wird auch als  $\pi$ -Komponente bezeichnet. Zum anderen sollten zwei Komponenten in der x-y-Ebene vorliegen, die auch linear polarisiert sind und senkrecht zur Magnetfeldachse anliegen. Diese werden als  $\sigma^+$ - und  $\sigma^-$ -Komponenten bezeichnet, deren Benennung sich durch die Betrachtung des Systems aus der z-Richtung erklärt. Der  $\sigma^+$ -Komponente werden dabei die  $(\omega_n + \omega_L)$ -Anteile und der  $\sigma^-$ -Komponente die  $(\omega_n - \omega_L)$ -Anteile zugewiesen, sodass zwei zirkuläre Polarisierungen mit entgegengesetzten Drehsinn vorliegen.

Aus der z-Richtung betrachtet sollten nur zwei zirkular polarisierte Komponenten parallel zur x-y-Ebene zu sehen sein. Dies sind die  $\sigma^+$ - und  $\sigma^-$ -Komponenten, deren Projektionen auf die x- bzw. y-Achse jeweils als lineare Polarisierungen erscheinen. Insgesamt sollten also drei Komponenten vorliegen, die im Experiment auch nachgewiesen wurden. In Abbildung 6 ist dies veranschaulicht.

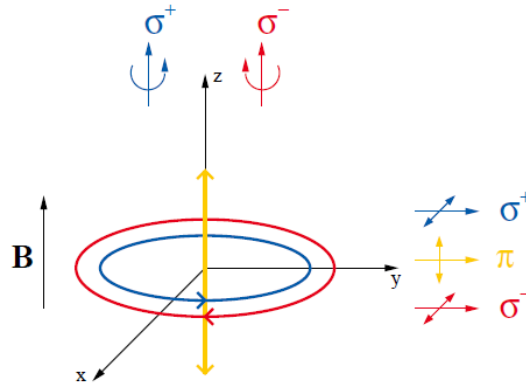


Abbildung 6: Zu sehen sind die drei beobachteten Aufspaltungen eines Energieniveaus in  $\pi$ -,  $\sigma^+$ - und  $\sigma^-$ -Komponenten bei Anlegen eines Magnetfelds  $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$ . [5]

Weiterhin geht aus dieser Betrachtung hervor, dass die Intensitäten der  $\sigma^+$ - und  $\sigma^-$ -Komponenten nur halb so groß wie die der  $\pi$ -Anteile ausfallen sollten, was in Übereinstimmung mit dem Experiment ist.

Zuletzt kann durch Überlegungen über den Strom, der das Magnetfeld erzeugt, und die Drehsinne der  $\sigma^+$ - und  $\sigma^-$ -Komponenten gefolgert werden, dass das Vorzeichen der Ladung des Ions negativ sein muss. Wird weiter die Lamorfrequenz genutzt, so kann daraus die in anderen Experimenten bestimmte spezifische Ladung des Elektrons gefolgert werden.

Es gibt allerdings auch Fragen, die dieses klassische Erklärungsmodell nicht beantworten konnte. So ist nicht ersichtlich, weshalb die  $\omega_n$  des Elektrons sich mit der Zeit nicht ändern sollten. Eine Ausstrahlung von Licht geht auch mit einer Verringerung der Energie einher, wobei dieses Modell nicht ausschließen kann, dass sich dies nicht in irgendeiner Art und Weise auf die Frequenzen auswirken sollte. Zudem wurden durch weitere Versuche andere Aufspaltungen als die in diesem Versuch vorliegenden beobachtet, die nicht in Einklang mit der Theorie nach Lorentz und Zeeman gebracht werden konnten. Der Übergang zur Quantenmechanik lieferte eine vollständigere Erklärung.

### 3.5 Wechselwirkungen im Atom und deren Näherungen

Im Rahmen der Quantenmechanik wurden einige Effekte und Größen gefunden, die kein klassisches Pendant haben und in vorherige Betrachtungen nicht einfließen konnten, etwa das Pauli-Prinzip oder der Spin der Elektronen. Vor allem letztere Eigenschaft ist für ein vollständiges Verständnis des Zeeman-Effekts unentbehrlich. Für das Potential eines Hamilton-Operators kommen zu den klassisch zu erwartenden Energietermen für kinetische und Coulomb-Energie weitere Beiträge durch den Spin hinzu. Insgesamt setzt sich der Hamilton-Operator zusammen aus folgenden Beiträgen (in CGS-Einheiten):

1. Kinetische Energie

$$E_{\text{kin}} = -\sum_{i=1}^N \frac{\hbar}{2m_e} \Delta_i$$

2. Coulomb-Anziehung zwischen Kern und Elektronen

$$V_{\text{Ke}} = -\sum_{i=1}^N \frac{Ze^2}{r_i}$$

3. Coulomb-Abstoßung zwischen Elektronen

$$V_{\text{ee}} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{i-1} \frac{e^2}{r_{ij}}$$

4. Spin-Bahn-Energien

$$V_{\text{ls}} = -\sum_{i=1}^N \frac{1}{2m_e^2 c^2} \frac{1}{r_i} \frac{dV(r)}{dr_i} (\vec{s}_i \cdot \vec{l}_i)$$

5. Spin-Spin-Energien

$$V_{\text{ss}} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{i-1} \frac{e^2}{m_e^2} \left[ \frac{\vec{\sigma}_i \vec{\sigma}_j}{r_{ij}^3} - 3 \frac{(\vec{\sigma}_i \vec{r}_{ij})(\vec{\sigma}_j \vec{r}_{ij})}{r_{ij}^5} \right]$$

6. Wechselwirkungen zwischen magnetischen Momenten der Bahndrehimpulse

$$V_{\text{ll}} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{i-1} c_{ij} (\vec{l}_i \cdot \vec{l}_j)$$

7. Elektronenspin.Kernspin Wechselwirkung

---

## 8. Elektronenbahndrehimpuls-Kernspin Wechselwirkung

## 9. Relativistische Korrekturen

## 10. Antisymmetrie der Wellenfunktion

Zum Verständnis des Zeeman-Effekts sind zwei Kopplungstypen, für die bestimmte Energieterme relevant sind, entscheidend.

---

### 3.6 LS-Kopplung

---

Gilt  $V_{ls} \ll V_{ss}$  und  $V_{ls} \ll V_{ll}$ , so koppeln Drehimpulse und Spins untereinander zu einem Gesamtdrehimpuls

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^N \vec{l}_i \quad (9)$$

und Gesamtspin

$$\vec{S} = \sum_{i=1}^N \vec{s}_i \quad (10)$$

Diese Summen sind dabei nur symbolisch zu verstehen. Die Kopplung bzw. Addition von Drehimpulsen wird in der Quantenmechanik eigentlich durch Tensorprodukte ausgedrückt, d. h. für ein System aus Drehimpulszuständen, die durch die Quantenzahlen  $j_i, m_i$  mit  $1 \leq i \leq n$  festgelegt sind, gilt:

$$|l_1, m_1\rangle \otimes \dots \otimes |l_n, m_n\rangle = |l_1, m_1, \dots, l_n, m_n\rangle = \vec{L} \quad (11)$$

In einer geeigneten Basis gilt dann  $|\vec{L}| = \hbar\sqrt{L(L+1)}$ .

Analog koppelt ein durch die Quantenzahlen  $s_i$  und  $m_i$  mit  $1 \leq i \leq n$  charakterisiertes System aus Einzelspins  $|s_i, m_{s_i}\rangle$  zu einem Gesamtspin  $\vec{S}$  mit  $|\vec{S}| = \hbar\sqrt{S(S+1)}$ .

Die Wertebereiche für  $L$  und  $S$  ergeben sich durch alle Werte, die zwischen den Werten der maximal parallelen und maximal antiparallelen Anordnung der Drehimpulse und Spins möglich ist. Für ein System aus zwei Drehimpulsen gilt beispielsweise:  $L \in \{l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \dots, |l_1 - l_2|\}$ .

$\vec{L}$  und  $\vec{S}$  addieren sich zu einem Gesamtdrehimpuls  $\vec{J}$ , also

$$\vec{L} + \vec{S} = \vec{J} \quad (12)$$

mit  $|J| = \hbar\sqrt{J(J+1)}$ . Der Wertebereich von  $J$  ergibt sich daraus, welche Drehimpulsart dominierend ist. Falls  $S \leq L$  vorliegt, so ergeben sich  $(2S+1)$  Gesamtdrehimpulse. Falls  $L < S$  vorliegt, so ergeben sich  $(2L+1)$  Gesamtdrehimpulse, wobei jeweils  $J \in \{L+S, L+S-1, \dots, |L-S|\}$  gilt. Die Anzahl an Werten für Gesamtdrehimpuls und -spin werden auch als Multiplizität bezeichnet.

Die LS-Kopplung ist auch für die Feinstrukturaufspaltung verantwortlich. Dabei handelt es sich um eine Aufspaltung der Spektrallinien alleine aufgrund der Wechselwirkung von Gesamtspin und Gesamtbahndrehimpuls. Systeme, die nur eine der beiden Drehimpulsarten aufweisen, zeigen auch keine Feinstrukturaufspaltung, da der Gesamtdrehimpuls zu gegebenen  $J$  oder  $S$  nur einen Wert annehmen kann.

---

#### 3.6.1 Notation

---

An dieser Stelle bietet es sich an, die Notation nach Russel und Saunders einzuführen. Sofern ein Gesamtdrehimpuls  $\vec{L}$  und ein Gesamtspin  $\vec{S}$  existieren, lassen sich alle wichtigen Informationen eines Systems in folgender Schreibweise zusammenfassen:

$$n^{2S+1}L_J \quad (13)$$

$n$  steht für die Hauptquantenzahl des höchsten angeregten Elektrons.  $2S+1$  beschreibt die Multiplizität.  $L$  gibt in Buchstaben den Bahndrehimpuls an, wobei  $S = 0, P = 1, D = 2, \dots$  gilt.  $J$  kennzeichnet den Gesamtdrehimpuls.

### 3.6.2 Auftragung nach Grotrian

Diese Schreibweise findet sich im Termschema nach Grotrian wieder. Auf der senkrechten Achse werden dafür die Hauptquantenzahlen  $n$  bzw. ihre zugehörigen Energien und auf der waagerechten Achse die Gesamtdrehimpulse mit Multiplizitäten (die verschiedene Systeme ergeben) aufgetragen. Etwa für Helium ergibt sich damit die in Abbildung 7 einzusehende Auftragung.

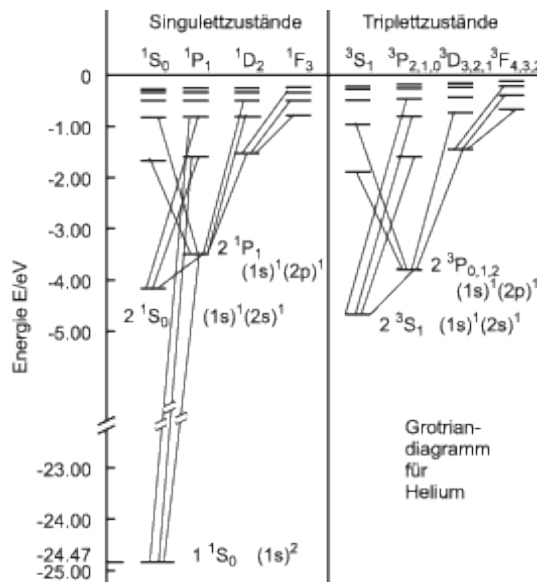


Abbildung 7: Termschema eines Helium-Atoms. Neben den möglichen Zuständen sind noch einige erlaubte Übergänge zwischen den Zuständen eingetragen. Wie diese zustandekommen, ergibt sich aus die Auswahlregeln für optische Übergänge. [6]

### 3.6.3 Multipletts

Unter Berücksichtigung von Regeln wie dem Pauli-Prinzip lässt sich die Aufteilung eines Atoms in Multiplettsysteme erklären.

Liegt ein Eielektronen-System vor, so belaufen sich wegen  $l \leq n-1$ ,  $s = \frac{1}{2}$  die möglichen Werte der Quantenzahlen auf:  $n = 1$ ,  $l = 0$ . Dies ergibt den Zustand  $1^2S_{\frac{1}{2}}$ . Zu erwarten wäre also ein Dublett, was wegen  $m = \pm s$  mit den Spins  $s = m\hbar$  auch realisiert werden kann.

Für ein Zweielektronen-System ist eine mögliche Zusammensetzung:  $n_1 = n_2 = 1$ ,  $l_1 = l_2 = 0$  und  $s_1 = s_2 = \frac{1}{2}$ . Da wegen des Pauli-Prinzips keine zwei identischen Elektronen in einem Zustand existieren können, muss  $m_1 = s_1 = -m_2$  gelten. Dann ergibt sich  $L = S = 0$  und es liegt ein Singulett-Zustand  $1^1S_0$  vor.

Eine weitere Möglichkeit wäre  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 2$ ,  $l_1 = l_2 = 0$  und  $s_1 = s_2 = \frac{1}{2}$ . Falls die Spins antiparallel angeordnet sind, so folgt  $L = S = J = 0$ , was einen Singulett-Zustand darstellt. Sind die Spins parallel orientiert, so ergibt sich  $L = 0$  und  $S = J = 1$ . Dies ergibt einen Zustand mit  $m_1 = m_2 = \frac{1}{2}$ , einen mit  $m_1 = m_2 = -\frac{1}{2}$  und einen weiteren als Linearkombination aus diesen beiden, also ein Triplett  $2^3S_1$ , was in der Notation inbegriffen ist.

Nach diesem Schema kann für beliebige Mehrelektronen-Systeme zu gegebenen Quantenzahlen das zugehörige Multiplett konstruiert werden. Allerdings gibt es Fälle, in denen andere Notationen als die Russel-Saunders'sche verwendet werden müssen, weil womöglich kein Gesamtdrehimpuls- oder -spin existiert.

## 3.7 jj-Kopplung

Einer dieser Fälle ist die jj-Kopplung, die vorliegt, falls  $V_{ls} \gg V_{ss}$  und  $V_{ls} \gg V_{ll}$  gegeben ist. Es findet dann eine Kopplung der Drehimpuls und Spins eines Elektrons zu

$$|j_i, m_i\rangle \otimes |s_i, m_{s_i}\rangle = \vec{j}_i \quad (14)$$

statt. Durch Addition aller Einzel-Gesamtdrehimpulse ergibt sich der Gesamtdrehimpuls

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^N \vec{j}_i \quad (15)$$

mit  $|J| = \hbar\sqrt{J(J+1)}$ . Es lässt sich zeigen, dass die Werte für  $J$  und die Anzahl an Möglichkeiten, einen Gesamtdrehimpuls zu realisieren, dieselben sind wie schon bei der LS-Kopplung. Der Unterschied besteht hier darin, dass kein Gesamtdrehimpuls oder -spin definiert ist.

### 3.8 Auswahlregeln für optische Übergänge

Es gelten dabei allgemeine und für die beiden Kopplungstypen spezifische Regeln für optische Übergänge. Es bietet sich an dieser Stelle an, ihre Wertebereiche und Änderungsmöglichkeiten zusammenzufassen.

1. Allgemein:

$J \in \{L+S, L+S-1, \dots, |L-S|\}$  mit  $\Delta J = 0, \pm 1$ , wobei  $J = 0 \rightarrow J = 0$  verboten ist.

$m_J \in \{J, J-1, \dots, -J\}$  mit  $\Delta m_J = 0, \pm 1$ , wobei  $m_J = 0 \rightarrow m_J = 0$  verboten ist, falls  $\Delta J = 0$ . Hierbei sind Übergänge mit  $\Delta m_J = \pm 1$  mit rechts- bzw. links-polarisiertem Licht und Übergänge mit  $\Delta m_J = 0$  mit linear polarisiertem Licht zu identifizieren.

2. LS-Kopplung:

$L, S \in \{\text{maximal parallel}, \dots, \text{maximal antiparallel}\}$  mit  $\Delta S = 0, \Delta L = 0, \pm 1$  und  $l \in \{0, \dots, n-1\}$  mit  $\Delta l = \pm 1$

3. jj-Kopplung:

wie der allgemeine Fall, der sich so wie im ersten Punkt beschrieben auf die Einzelgesamtdrehimpulse  $j$  überträgt

### 3.9 Magnetisches Moment und g-Faktor

Die durch das externe Magnetfeld  $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$  hervorgerufene Energie beläuft sich auf

$$V_B = -(\vec{\mu}_J)_z \cdot \vec{B} = -|(\vec{\mu}_J)_z|B \quad (16)$$

wobei  $\vec{\mu}_J$  das an den Drehimpuls  $J$  gekoppelte, magnetische Moment des betrachteten Systems ist. Dieses setzt sich zusammen aus

$$\vec{\mu}_J = \sum_{i=1}^N \vec{\mu}_{j,i} = \sum_{i=1}^N (\vec{\mu}_{s,i} + \vec{\mu}_{l,i}) \quad (17)$$

wobei  $\vec{\mu}_{j,i}$  das gesamte magnetische Moment eines Elektrons bestehend aus Spin-  $\vec{\mu}_{s,i}$  und Drehimpulsanteilen  $\vec{\mu}_{l,i}$  darstellt.  $\vec{j}_i$  und  $\vec{\mu}_{j,i}$  liegen i. A. nicht parallel, da Magnetismus verschieden stark auf Spin und Drehimpulse wirkt. Um die z-Komponente von  $\vec{\mu}_{j,i}$  zu bestimmen, wird die Projektion auf  $\vec{j}_i$  betrachtet, die sich durch

$$|(\vec{\mu}_{j,i})_{j_i}| = g_{j,i} \sqrt{j_i(j_i+1)} \mu_B \quad (18)$$

ergibt. Hierbei ist  $\mu_B$  das Bohr'sche Magneton und (nun für allgemeine Indizes)  $g_j$  der Landéfaktor

$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \quad (19)$$

Er liefert für reinen Bahnmagnetismus ( $s = 0$ )  $g_j = 1$  und für reinen Spinmagnetismus ( $l = 0$ )  $g_j = 2$ , was die bereits erwähnte unterschiedliche Gewichtung der Magnetismusarten widerspiegelt. Für ein Mehrelektronensystem werden die vorkommenden Quantenzahlen durch ihre Gesamtquantenzahl des Systems ersetzt.

Dann gilt für das gesamte magnetische Moment

$$\vec{\mu}_J = -g_J \sqrt{J(J+1)} \mu_B \vec{e}_J = -g_J \mu_B \frac{\vec{J}}{\hbar} \quad (20)$$

Weiterhin ist die z-Komponente des Bahndrehimpulses gegeben durch

$$\vec{J}_z = \hbar m_J \vec{e}_z \quad (21)$$

Also ergibt sich die z-Komponente des magnetischen Moments zu

$$|(\vec{\mu}_J)_z| = -g_J m_J \mu_B \quad (22)$$

Diese Betrachtungen setzen natürlich die Existenz eines Gesamtbahndrehimpulses und Gesamtspins voraus.

---

## 3.10 Quantenmechanische Erklärung

---

---

### 3.10.1 Anomaler Zeeman-Effekt

---

Die Aufteilung der Spektrallinien lässt sich nun erklären. Ist das äußere Magnetfeld schwach genug und LS-Kopplung vorhanden, so kommt zu einer gegebenen Spektrallinie mit Drehimpuls  $J$  und zugehörigen Quantenzahlen nun ein Energiebetrag gemäß Gleichung 16 hinzu, der einen Übergang zu einem Niveau mit Drehimpuls  $J'$  und seinen einhergehenden Quantenzahlen darstellt. Unter Berücksichtigung der Auswahlregeln für optische Übergänge können aus

$$\Delta E = \mu_B B (g_J m_J - g_{J'} m_{J'}) \quad (23)$$

alle erlaubten Energiebeträge bestimmt werden, die auch entartet sein können. Dies ist in Abbildung 8 für ein Natrium-Atom skizziert.

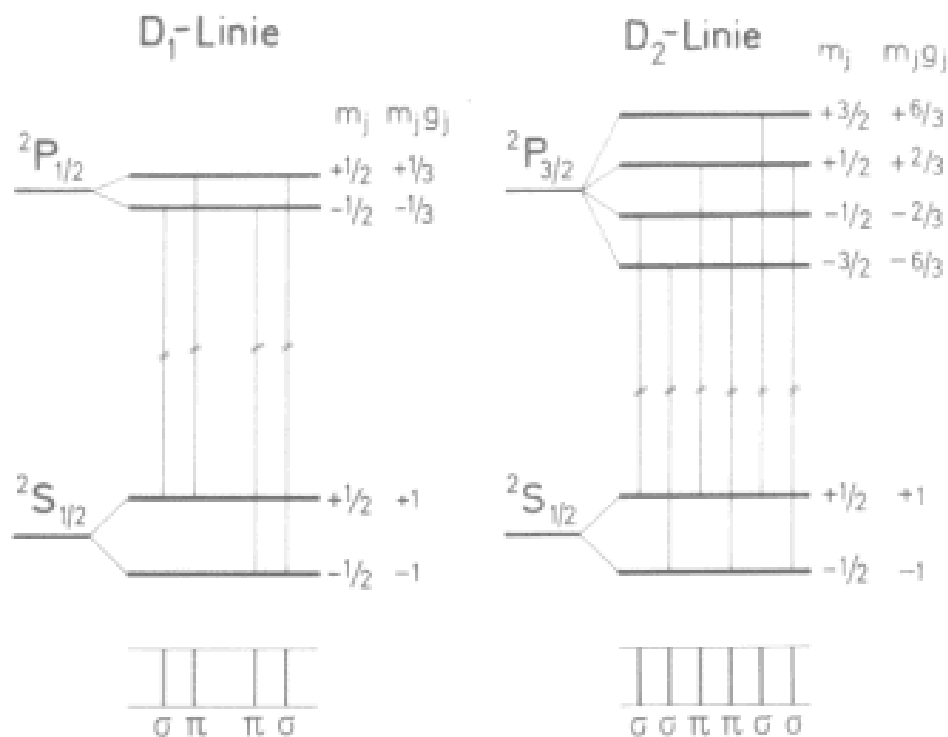


Abbildung 8: Zeeman-Aufspaltung einiger Natrium-Zustände unter Berücksichtigung der Auswahlregeln. Unten sind jeweils die Polarisierungen der emittierten Strahlung angegeben. [7]

---

### 3.10.2 Normaler Zeeman-Effekt

---

Für den Spezialfall, dass kein Spin vorliegt, kann für einen gegebenen Drehimpuls die Quantenzahl  $m_J$  nur drei Werte annehmen und die Aufspaltung beschränkt sich somit auf drei Linien (inklusive Entartung). Dieser Fall ist in Abbildung 9 für ein Cadmium-Atom skizziert.

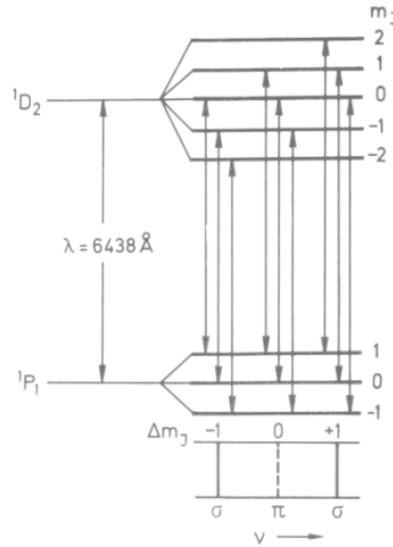


Abbildung 9: Zeeman-Aufspaltung einiger Cadmium-Zustände unter Berücksichtigung der Auswahlregeln. Unten sind jeweils die Polarisierungen der emittierten Strahlung angegeben. Es liegen neun Übergänge vor, von denen jeweils drei einer Entartung angehören. Dies ermöglicht die Identifizierung mit der klassischen Beobachtung. [7]

### 3.10.3 Paschen-Back-Effekt

Falls das äußere Magnetfeld stark genug ist, um die LS-Kopplung aufzuheben, sodass  $L$  und  $S$  unabhängig voneinander mit dem Magnetfeld wechselwirken, so setzt sich der Energiebeitrag durch das Magnetfeld nur noch aus Gesamtdrehimpuls und Gesamtpinkomponenten zusammen. Die Energieaufspaltung wird zu

$$\Delta E = \mu_B B(m_L + 2m_S) \quad (24)$$

Für allgemeine Drehimpulse ist  $\Delta m_L = 0, \pm 1$  und  $\Delta S = 0$ . Damit liegt dieselbe Aufspaltung der Energieniveaus wie beim Zeeman-Effekt vor, allerdings aus anderen Gründen.

### 3.11 Funktionsweise eines Fabry-Perot-Interferometers

Um diese Spektrallinien(-aufspaltungen) beobachtbar zu machen, wird ein Fabry-Perot-Interferometer genutzt. Dieses besteht aus zwei planparallelen Platten einer bestimmten Reflektivität, sodass Mehrfachreflexion auftritt, siehe Abbildung 10.

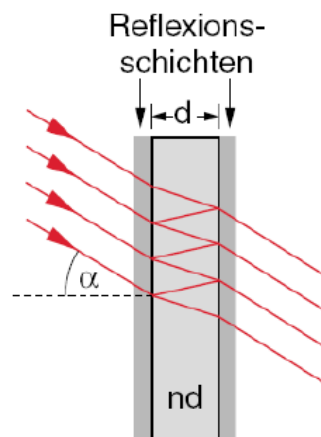


Abbildung 10: Funktionsweise eines Fabry-Perot-Etalons. Der einfallende Lichtstrahl erfährt Mehrfachreflexion, sodass hinter dem Interferometer ein Ringspektrum entsteht. [8, bearbeitet]



Es ergibt sich die Interferenzbedingung

$$m\lambda_m = 2nd \cdot \cos(\beta) \quad (25)$$

Hierbei steht  $m$  für das Transmissionsmaximum  $m$ -ter Ordnung,  $\lambda_m$  für die zugehörige Wellenlänge,  $n$  für den Brechungsindex des Mediums zwischen den Platten und  $\beta$  für den Winkel, der sich nach dem Snellius'schen Brechungsgesetz aus dem Einfallswinkel  $\alpha$  ergibt.

Bei Zeeman-/Paschen-Back-Aufspaltung teilen sich die Ringe in mehrere Teilringe auf, was die Effekte beobachtbar macht. Zudem wird durch diese Aufteilung über einige Näherungen die Messung des Bohr'schen Magnetons möglich.

#### 4 Versuchsdurchführung und Auswertung

##### 4.1 Versuchsaufbau

Um den normalen und anomalen Zeeman-Effekt zu untersuchen, wird in diesem Versuch der Aufbau wie in Abbildung 11 verwendet. Hierzu wird eine Geißler-Röhre durch eine angelegte Spannung zum Leuchten angeregt. Als Leuchtmittel dienen für den normalen Zeeman-Effekt Helium und für den anomalen Zeeman-Effekt Quecksilber. Diese Stoffe werden bei einer Hochspannung von ungefähr 5000V angeregt. Die Röhre befindet sich zwischen zwei Polschuhen eines Elektromagneten, der über entsprechende Elektronik betrieben wird. Je nach Versuch kann der Magnetkomplex um  $90^\circ$  verkippt werden, um transversale oder longitudinale Moden zu untersuchen. Um entsprechende Wellenlängen zu selektieren, werden verschiedene Farbfilter genutzt (siehe Abbildung 11). Mittels einer Blende kann die Intensität angepasst werden. Diese steht inmitten zweier Bikonvexlinsen, in deren Brennpunkt sich die Blende befindet. Durch diesen Aufbau wird sichergestellt, dass die Lichtstrahlen parallel auf das Interferometer treffen. Je nach Versuch lassen sich noch ein  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen bzw. ein linearer Polarisationsfilter dazustellen. Eine CCD-Kamera stellt die Interferenzringe auf einem Bildschirm dar.



Abbildung 11: Der während des Versuchs vorliegende Versuchsaufbau. Die Geißler-Röhre im Magneten, Farbfilter, Blende im Fokus zweier Bikonvexlinsen, Polarisationsfilter/ $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen, Fabry-Pérot-Interferometer und CCD-Kamera

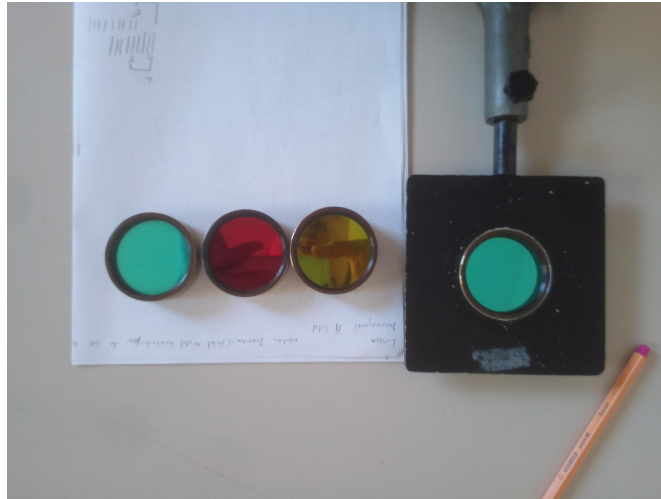


Abbildung 12: Im Versuch verwendete Farbfilter.

## 4.2 Normaler Zeeman-Effekt

Zunächst wurde ein Farbfilter ( $671\text{nm} \pm 1\%$ ) verwendet, da der Übergang von  $3^1\text{D}_2$  nach  $2^1\text{P}_1$  beobachtet werden soll ( $6678\text{\AA}$ ), und die Helium Geißler-Röhre angeschlossen. Damit können die Ringe des Paraheliums verwendet werden, bei denen der Normale-Zeeman-Effekt erwartet wird. Begonnen wurde mit der transversalen Ausrichtung des Magneten. Es wurde erwartet, dass ohne Magnetfeld mehrere helle Ringe (Interferenzmaxima) zu beobachten sind. Jeder von ihnen sollte sich bei angelegten Magnetfeld in drei aufspalten, wobei der mittlere der drei entstehenden Ringe konstant am Ort des ursprünglichen bleibt. Insgesamt sollte ein Muster bestehend aus Kreisringen, die selbst wieder unterteilt sind, zu sehen sein. Die Aufspaltung sollte Gleichung 23 folgen. Der mittlere Ring eines Kreisrings sollte der Theorie nach dem  $\pi$ -Anteil, die beiden sich abspaltenden Ringe dem  $\pm\sigma$ -Anteil entstammen. Weiterhin wäre zu erwarten, dass das Licht der  $\pi$ - und  $\pm\sigma$ -Ringe senkrecht zueinander linear polarisiert ist. Um dies zu prüfen, wurde der Polarisationsfilter eingesetzt und entsprechend variiert. Wie in den folgenden Grafiken einzusehen ist, wurden diese Effekte beobachtet und dieser Teil der Theorie bestätigt.

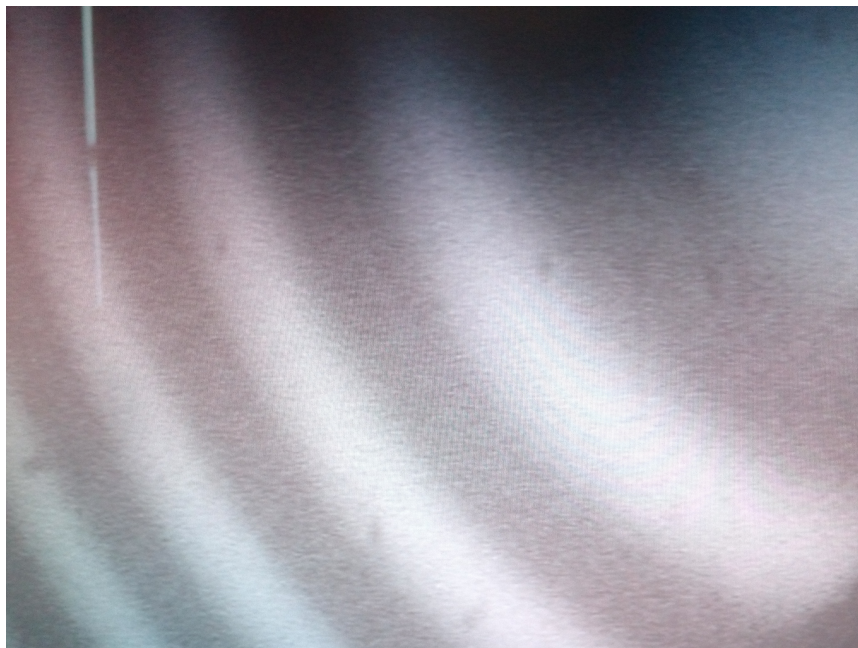


Abbildung 13: Interferenzmuster des normalen transversalen Zeeman-Effekts ohne Magnetfeld. Es liegt keine Aufspaltung der Maxima vor.



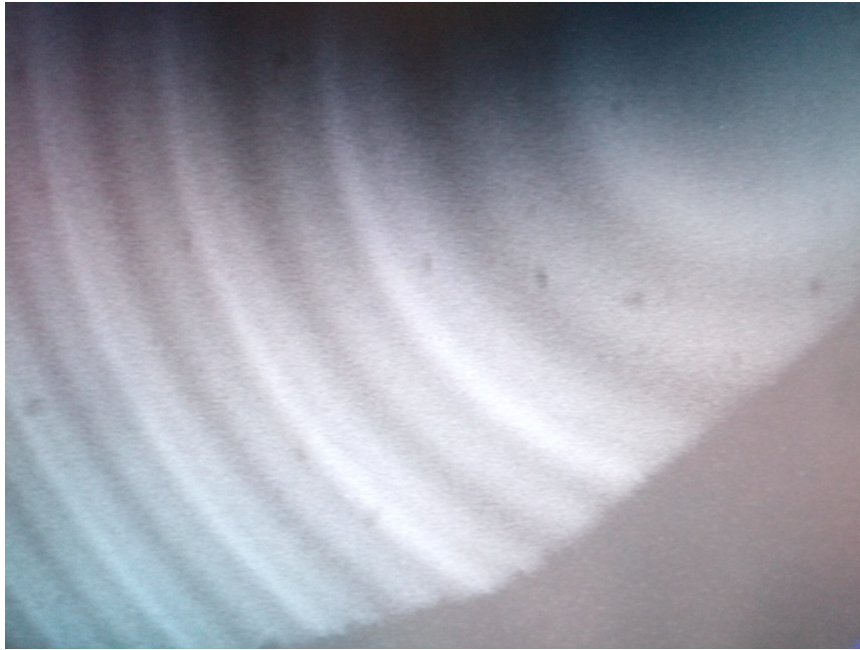


Abbildung 14: Interferenzmuster des normalen transversalen Zeeman-Effekts mit Magnetfeld  $B=400\text{mT}$ . Es liegt eine Aufspaltung der Maxima vor. Innerhalb eines Kreistrings sind die hellen Ringe als  $\pi$ -Anteile und die dunkleren, den hellen Teil umgebenden Anteile als  $\pm\sigma$ -Anteile zu identifizieren.



Abbildung 15: Interferenzmuster des normalen transversalen Zeeman-Effekts mit Magnetfeld ( $400\text{mT}$ ). Der Polarisationsfilter ist auf die Polarisation des  $\pi$ -Lichts eingestellt, sodass das  $\pm\sigma$ -Licht nicht durch den Polarisationsfilter gelangt. Es bleiben nur die helleren Anteile eines Kreistrings übrig.



Abbildung 16: Interferenzmuster des normalen transversalen Zeeman-Effekts mit Magnetfeld (400mT). Der Polarisator ist auf das  $\pm\sigma$ -Licht eingestellt, sodass das  $\pi$ -Licht nicht durch den Polarisationsfilter gelangt. Es bleiben nur die dunkleren Anteile eines Kreisrings übrig.

Für den longitudinalen Zeeman-Effekt wurde der Magnet um  $90^\circ$  gedreht. Somit war das Magnetfeld parallel zur optischen Achse ausgerichtet und es konnten die longitudinalen Komponenten des normalen Zeeman-Effekts untersucht werden. Ohne Magnetfeld wird erwartet, dass nur die Ringe des  $\pi$ -Lichts zu sehen sind. Bei angeschaltetem hingegen werden lediglich die beiden dem  $\pm\sigma$ -Licht entstammenden Ringe erwartet, die  $\pi$ -Linie entfällt. Der  $+\sigma$ -Ring ist der innerhalb eines aus drei Ringen bestehenden Kreisrings der äußerste und linksdrehend (also einer Drehung im Uhrzeigersinn um die optische Achse entsprechend) polarisiert, der  $-\sigma$ -Ring der innerste und rechtsdrehend (also einer Drehung gegen den Uhrzeigersinn um die optische Achse entsprechend) polarisiert. Um die Ringe voneinander zu unterscheiden, wurde ein  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen verwendet. Es konnten zwei Ringe beobachtet werden. Je nach Einstellung des Polarisators wurden entsprechende Ringe abgeschwächt, was den Erwartungen entspricht. Die Interferenzmuster dieser Messung sind in den nachfolgenden Abbildungen dargestellt wobei auf das Muster ohne Magnetfeld verzichtet wurde, da es keine neuen Eindrücke vermittelt.

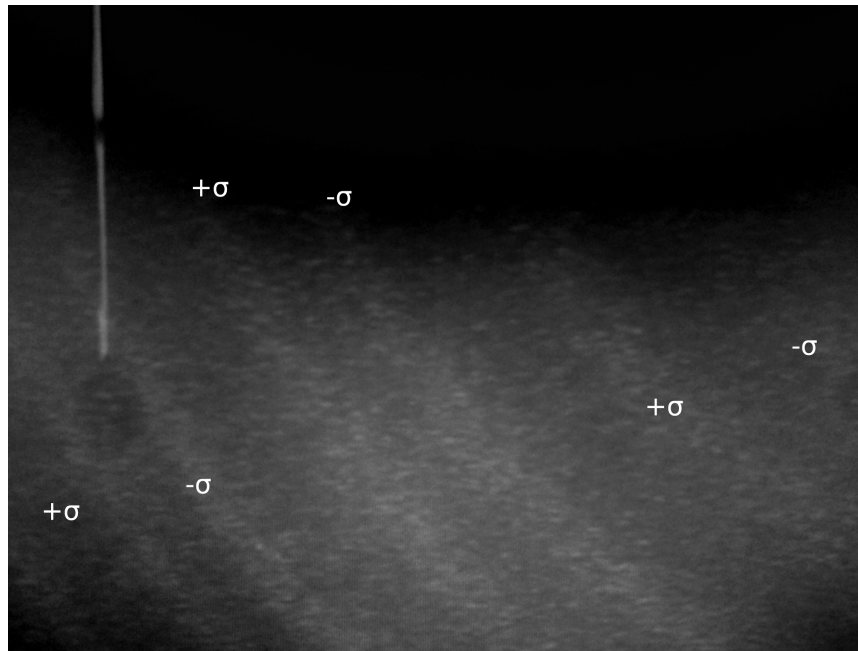


Abbildung 17: Interferenzmuster des normalen longitudinalen Zeeman-Effekts mit Magnetfeld (400mT). Der Polarisator ist so zwischen den Polarisationen der  $\pm\sigma$ -Anteile ausgerichtet, sodass ihre jeweiligen Ringe sichtbar sind.

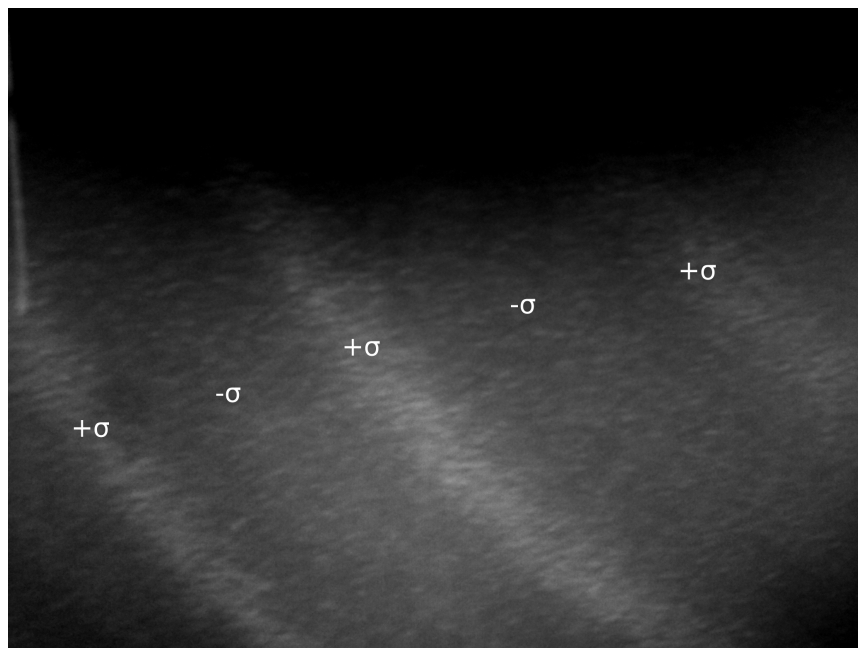


Abbildung 18: Interferenzmuster des normalen longitudinalen Zeeman-Effekts mit Magnetfeld (400mT). Der Polarisator ist auf die  $+\sigma$ -Linie eingestellt, sodass die  $-\sigma$ -Linie abgeschwächt wird.

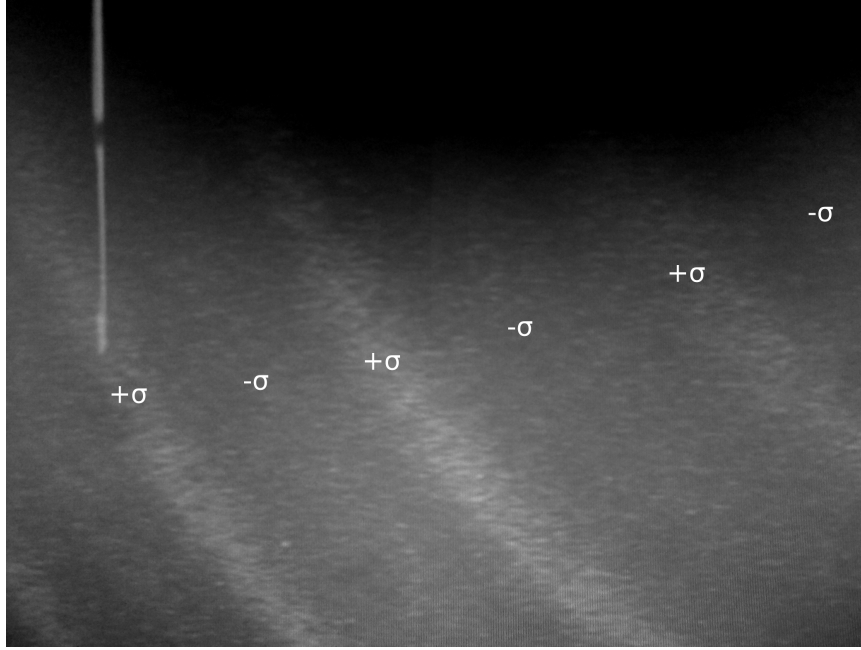


Abbildung 19: Interferenzmuster des normalen longitudinalen Zeeman-Effekts mit Magnetfeld (400mT). Der Polarisator ist auf die  $-\sigma$ -Linie eingestellt, sodass die  $+\sigma$ -Linie abgeschwächt wird.

### 4.3 Quantenmechanische Effekte in Helium

Um den anomalen Zeeman-Effekt beim Orthohelium zu beobachten, werden die  $^3\text{D}$ - nach  $^3\text{P}$ -Übergänge beobachtet. Diese senden Licht einer Wellenlänge von  $\approx 589\text{nm}$  aus. Je nach Magnetfeldstärke wird erwartet, jeweils den anomalen oder partiellen bzw. vollständigen Paschen-Back-Effekt zu beobachten. Somit müssen für alle auftretenden Effekte die Energieaufspaltungen angegeben und berechnet werden.

$\Delta M_J$	$M_J$	$M'_J$	$g_{eff}^{Zee}$	$M_L$	$M_S$	$M_L+2M_S$	$g_{eff}^{pPB}$	$M'_L$	$M'_S$	$M'_L+2M'_S$	$g_{eff}^{vPB}$
+1	1	0	$\frac{1}{2}$	0	1	2	2	-1	1	1	1
				1	0	1	1	0	0	0	1
				2	-1	0	0	1	-1	-1	1
+1	0	-1	$\frac{3}{2}$	-1	1	1	$\frac{5}{2}$	-2	1	-	-
				0	0	0	$\frac{3}{2}$	-1	0	-1	1
				1	-1	-1	$\frac{1}{2}$	0	-1	-2	1
0	1	1	-1	0	1	2	$\frac{1}{2}$	0	1	2	0
				1	0	1	$-\frac{1}{2}$	1	0	1	0
				2	-1	0	$-\frac{1}{2}$	2	-1	-	-
0	-1	-1	1	-2	1	0	$\frac{3}{2}$	-2	1	-	-
				-1	0	-1	$\frac{1}{2}$	-1	0	-1	0
				0	-1	-2	$-\frac{1}{2}$	0	-1	-2	0
-1	0	1	$-\frac{3}{2}$	-1	1	1	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	-1
				0	0	0	$-\frac{3}{2}$	1	0	1	-1
				1	-1	-1	$-\frac{5}{2}$	2	-1	-	-
-1	-1	0	$-\frac{1}{2}$	-2	1	0	0	-1	1	1	-1
				-1	0	-1	-1	0	0	0	-1
				0	-1	-2	-2	1	-1	-1	-1

Tabelle 1: Berechnung der Aufspaltungen des Zeeman-Effekts sowie des partiellen und vollständigen Paschen-Back-Effekts



Hierbei gilt es weiterhin, auf die Auswahlregeln für Übergänge zu achten. Es ergeben sich jeweils  $g_{\text{eff}}^{\text{Zee}}$  und  $g_{\text{eff}}^{\text{PB}}$ , wobei erwartet wird, dass der Paschen-Back-Effekt bei größeren Magnetfeldern beobachtet wird, da nur so der Kopplungstyp des anomalen Zeeman-Effektes aufgehoben wird. Die Anzahl und Art der Aufspaltung ist an den  $g_{\text{eff}}$ -Werten des jeweils betrachteten Effekts abzulesen. So wird beim anomalen Zeeman-Effekt erwartet, 6 Aufspaltungen und beim vollständigen Paschen-Back 3 Aufspaltungen zu sehen. Im Experiment war festzustellen, dass nur der vollständige Paschen-Back-Effekt vorliegt, da das Erdmagnetfeld bereits ausreicht, um die LS-Kopplung bei Helium aufzuheben. Es könnte noch hinzukommen, dass eventuell eine Restmagnetisierung der Polschuhe vorhanden war. Um den anomalen Zeeman-Effekt zu beobachten, werden höhere Kernladungszahlen benötigt, um die LS-Kopplung nicht bereits durch schwache Magnetfelder aufzuheben.

#### 4.4 Quantenmechanische Effekte des Quecksilbers

Um den anomalen Zeeman-Effekt zu beobachten, wird ein Element hoher Kernladungszahl benötigt. In diesem Versuch wird dafür Quecksilber genutzt. Für eine Beobachtung geeignete Übergänge stellen die  $^3S_1$ - nach  $^3P$ -Übergänge dar. Ein entsprechender Farbfilter wurde hierzu eingesetzt, der für Licht der Wellenlänge  $436\text{nm} \pm 1\%$  durchlässig ist.

Tabelle 2: Beobachtete Übergänge des Quecksilbers und zugehörige Wellenlängen

Übergang	Wellenlänge
$^3S_1$ nach $^3P_0$	$405\text{nm}$
$^3S_1$ nach $^3P_1$	$436\text{nm}$
$^3S_1$ nach $^3P_2$	$546\text{nm}$

Es werden 3  $\pi$ -Ringe sowie jeweils  $3 \pm \sigma$ -Ringe erwartet. Durch einsetzen eines Polarisationsfilters konnten entweder  $\pi$  oder  $\sigma$ -Ringe selektiert werden, was die theoretischen Aussagen reproduziert.



Abbildung 20: Aufspaltung bei aktiven Magnetfeld (400mT). Nur  $\pm\sigma$ -Ringe

#### 4.5 Bestimmung des Bohrschen Magnetons $\mu_B$

Um das Bohr'sche Magneton  $\mu_B$  zu bestimmen, werden für bekannte Magnetfeldstärken die Werte  $\delta\alpha_1$  und  $\delta\alpha_2$  bestimmt.  $\delta\alpha_1$  ist hierbei der Abstand der Ringe innerhalb einer Interferenzordnung und  $\delta\alpha_2$  der Abstand der einzelnen Interferenzordnungen. Über die Gleichung

$$\mu_B = \frac{hc}{2dB} \cdot \frac{\delta\alpha_1}{\delta\alpha_1 \Delta g_{\text{eff}}} \quad (26)$$

werden diese mit dem Bohr'schen Magneton in Zusammenhang gesetzt. Hierbei bezeichnet  $\Delta g_{\text{eff}}$  die Differenz von  $g_{\text{eff}}$  der für  $\delta\alpha_1$  betrachteten Spektrallinien.  $d$  bezeichnet den Plattenabstand im Fabry-Pérot-Interferometer und beträgt in diesem Versuch 7.55mm. Das Magnetfeld konnte durch die in diesem Versuch genutzte Hall-Sonde direkt gemessen werden. Innerhalb der Polschuhe war dies aufgrund der Geißler-Röhre nicht möglich. Zur Bestimmung des Magnetons werden die jeweiligen Interferenzringe so überlagert, dass  $\delta\alpha_{1/2}$  gut zu bestimmen ist. Um dies zu erreichen, wurde  $B$  entsprechend hochgefahren. Da die Einstellung der Überlagerung mittels eines recht verrauschten Bildes geschah, wurde die Messung mehrmals wiederholt. Bei jedem Übergang wurden zehn Messungen durchgeführt und jeweils das Bohr'sche Magneton bestimmt. Im Folgenden sind die gewählten Überlagerungen so gewählt, dass  $\delta\alpha_1 = \delta\alpha_2$ . Die Übergänge und die Art der Überlagerung sind in den nachfolgenden Tabellen und Bildern dargestellt.

$\Delta M_J$	$\Delta M_J$	$\Delta M_J$	$g_{\text{eff}}$
+1	1	0	2
0	0	0	0
-1	-1	0	-2

Tabelle 3: Quantenzahlen und daraus gegebenes  $g_{\text{eff}}$  des  $^3S_1 \rightarrow ^3P_0$ -Übergangs bei 404,656nm

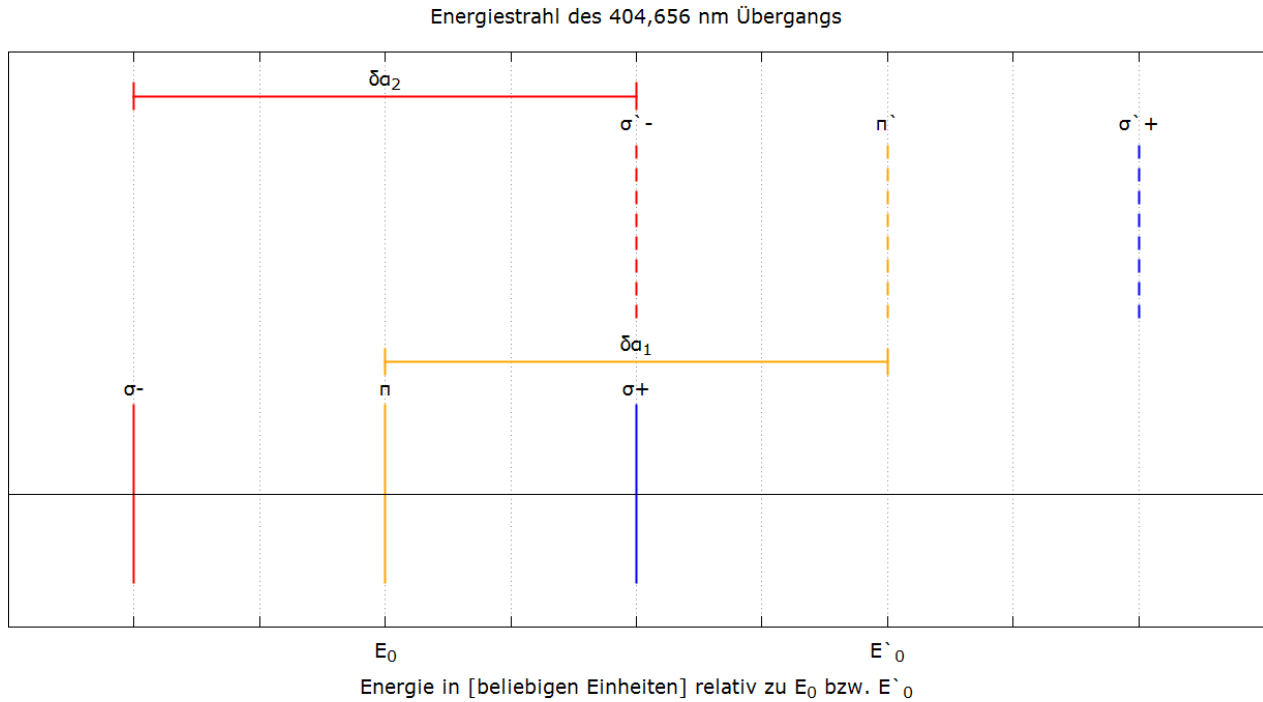


Abbildung 21: Relative Energiestrahlen sowie Überlagerung mit einer benachbarten Ordnung und Markierung für die Winkeldifferenzen  $\delta\alpha_1$  und  $\delta\alpha_2$



$\Delta M_J$	$\Delta M_J$	$\Delta M'_J$	$g_{\text{eff}}$
+1	0	-1	$\frac{3}{2}$
	1	0	2
0	-1	-1	$-\frac{1}{2}$
	1	1	$\frac{1}{2}$
-1	-1	0	-2
	0	1	$-\frac{3}{2}$

Tabelle 4: Quantenzahlen und daraus gegebenes  $g_{\text{eff}}$  des  $^3S_1 \rightarrow ^3P_1$  Übergangs bei 435,834nm

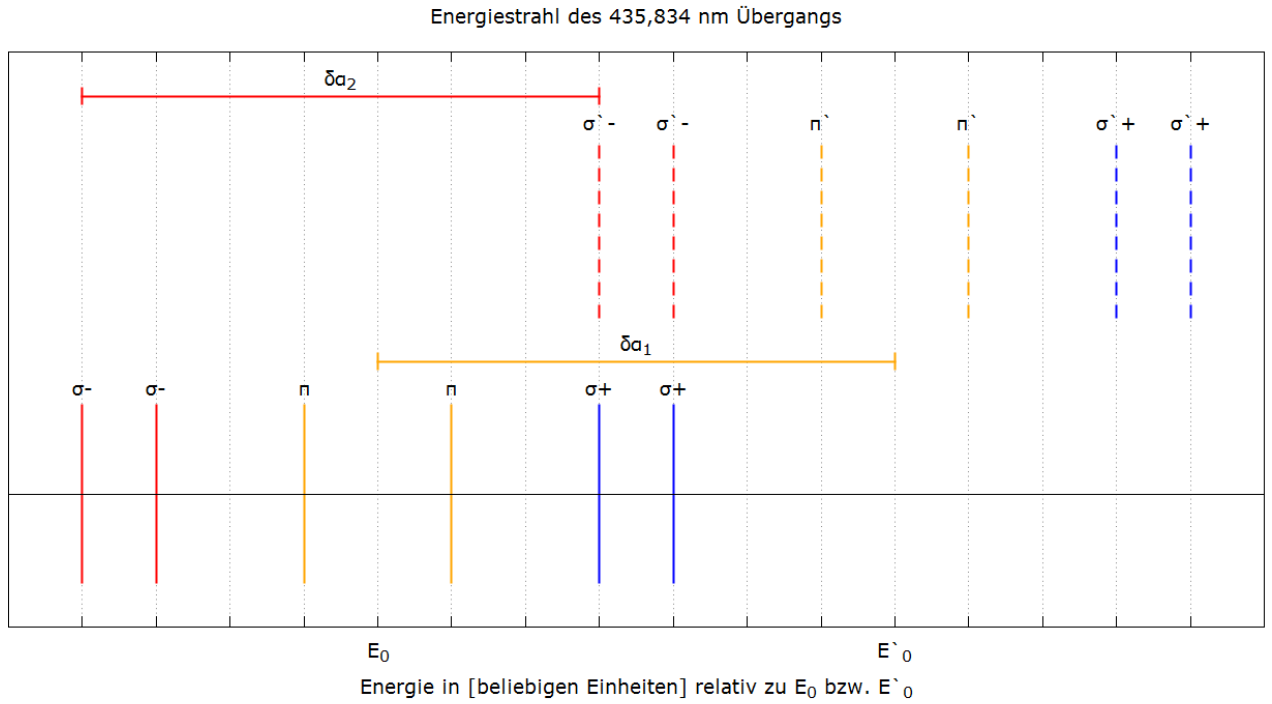


Abbildung 22: Relative Energiestrahlen sowie Überlagerung mit einer benachbarten Ordnung und Markierung für die Winkeldifferenzen  $\delta\alpha_1$  und  $\delta\alpha_2$

$\Delta M_J$	$\Delta M_J$	$\Delta M'_J$	$g_{\text{eff}}$
+1	-1	-2	1
	0	-1	$\frac{3}{2}$
	1	0	2
0	-1	-1	$-\frac{1}{2}$
	0	0	0
	1	1	$\frac{1}{2}$
-1	-1	0	-2
	0	1	$-\frac{3}{2}$
	1	2	-1

Tabelle 5: Quantenzahlen und daraus gegebenes  $g_{\text{eff}}$  des  $^3S_1 \rightarrow ^3P_2$  Übergangs bei 546,074nm

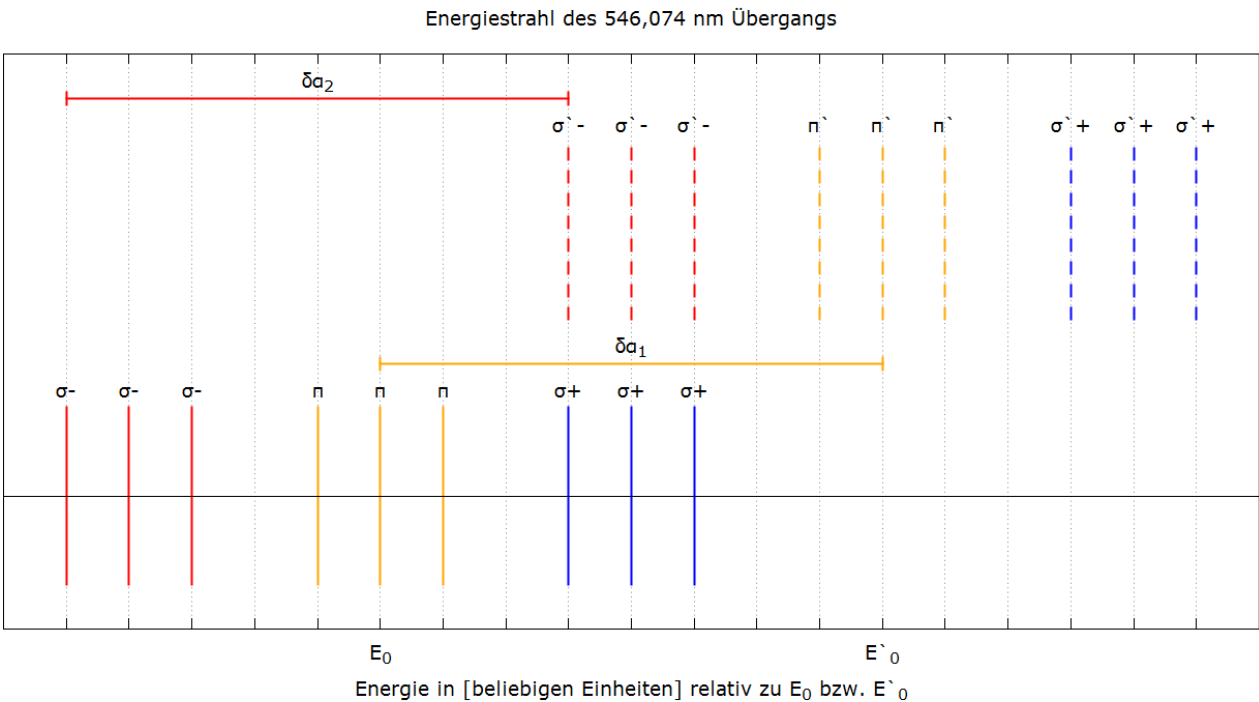


Abbildung 23: Relative Energiestrahlen sowie Überlagerung mit einer benachbarten Ordnung und Markierung für die Winkeldifferenzen  $\delta\alpha_1$  und  $\delta\alpha_2$

Dem nachfolgend konnte, über die einzelnen Messungen eines betrachteten Übergangs gemittelt, das Bohr'sche Magneton bestimmt werden. Die Werte sind der nachfolgenden Tabelle zu entnehmen.

Tabelle 6: Die gemittelten Werte für das Bohr'sche Magneton bei gegebenen Übergang

Übergang	k	$\bar{\mu}_B$
$^3S_1$ nach $^3P_0$	2/7	$(10.9 \pm 0.9)10^{-24} J/T$
$^3S_1$ nach $^3P_1$	1/4	$(10.5 \pm 0.6)10^{-24} J/T$
$^3S_1$ nach $^3P_2$	1/3	$(6.5 \pm 0.2)10^{-24} J/T$

Wie Tabelle 2 entnehmen zu ist, liegen die Werte für das Bohr'sche Magneton im erwarteten Bereich. Der Mittelwert über die drei Übergänge ergibt ein Magneton von  $\mu_B \approx (9.3544 \pm 1.1)10^{-24} \frac{J}{T}$ . Dies liegt sehr nah am Literaturwert  $\mu_B \approx 9.27410^{-24} \frac{J}{T}$  und ergibt eine relative Abweichung von unter 1%, was für die Messmethode spricht. Abweichungen könnten von nicht ausgeglichenen Ramanenzfeldern entstammen. Ebenso kann dies auf die recht unscharfe, niedrigauflösende Darstellung des Interferenzbildes zurückzuführen sein, da die Überlagerungen nur sehr grob abzuschätzen waren. Dies ist auch daran zu erkennen, dass beim dritten Übergang der Wert von den ersten beiden stark abweicht. Demnach könnte die Überlagerung nicht wie gewünscht eingestellt worden sein, was die Abweichung erklären würde.

## 5 Fazit

Dieser Versuch lieferte auf eine einfache Art und Weise einen Einblick in die historische Entwicklung und der sich zeitlich weiter entwickelnden Erklärung einer experimentellen Beobachtung. Beim normalen Zeeman-Effekt ließen sich die erwarteten transversalen und longitudinalen Anteile beobachten, die der Theorie entsprechende Eigenschaften bei Helium aufwiesen. Der anomale Zeeman-Effekt konnte nicht beim Helium beobachtet werden, was allerdings den Erwartungen genügt, da für bereits schwache Magnetfelder der vollständige Paschen-Back-Effekt vorlag. Wie durch die Theorie vorausgesagt ließ sich bei einem Element höherer Kernladungszahl (hier Quecksilber) der anomale Zeeman-Effekt beobachten. Auch hier konnten die theoretischen Vorhersagen überprüft und anschaulich verstanden werden. Bemerkenswert ist die Bestimmung des Bohr'schen Magnetons  $\mu_B$ , dessen Wert nahe dem Literaturwert liegt. Der Versuch zeigt wie, nahe verschiedenste quantenmechanische Beobachtungen an klassischen liegen können

---

und mit welchen recht einfachen Mitteln diese nachzuweisen sind. Der Versuch lieferte einen breiten Einblick in die experimentelle Methodik und die Erarbeitung einer Erklärung nach klassischer und quantenmechanischer Interpretation.

---

## 6 Quellenverzeichnis

---

- [1] <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/1682>, Stand: 28.05.18, 10:58 Uhr
- [2] <https://www.vitatec.com/images/page-content/em-wellen-neu-600.jpg?sfvrsn=2>, Stand: 28.05.18, 10:58 Uhr
- [3] <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/5356>, Stand: 28.05.18, 10:58 Uhr
- [4] <http://psi.physik.kit.edu/334.php>, Stand: 28.05.18, 10:58 Uhr
- [5] Versuchsanleitung zum Fortgeschrittenenpraktikum 1.5, TU-Darmstadt, Version vom 29.06.2009
- [6] <http://wwwex.physik.uni-ulm.de/lehre/ap-2012/ap-2012se30.html>, Stand: 28.05.18, 10:58 Uhr
- [7] [http://www.pci.tu-bs.de/aggericke/PC3/Kap\\_IV/Zeeaman.htm](http://www.pci.tu-bs.de/aggericke/PC3/Kap_IV/Zeeaman.htm), Stand: 28.05.18, 10:58 Uhr
- [8] Prof. Dr. Thomas Halfmann, Vorlesungsskript zur Experimentalphysik III im Wise 2016/2017, TU-Darmstadt, Stand: 24.08.2016